

Matemática

2 Aprendizagem: um enfoque psicológico



Vamos nesta etapa **procurar compreender os mecanismos epistemológicos que mobilizam a aprendizagem e o ensino da matemática**, entendendo, de antemão, que tais processos estão especialmente vinculados um ao outro, mesmo que, por questões didáticas, tenhamos de abordá-los separadamente, ou seja, a aprendizagem como um processo a ser gerenciado pelo aluno e o ensino, pelo professor. Vale também destacar que **as teorizações que fundamentam a nossa discussão, em termos de ensino e aprendizagem da matemática, estão orientadas pelas pesquisas desenvolvidas na dinâmica do encontro da Educação Matemática com outros campos de estudo**, como a Psicologia Cognitiva, a Sociologia e a Filosofia da Educação, entre outros.

Ao final deste tema, esperamos que você possa:

- Reconhecer os processos político-históricos da Psicologia que influenciaram a transformação da sintaxe e a semântica “ensino da matemática” em “educação matemática” ao longo do século XX;
- Situar e discutir os focos da Psicologia educacional nos estudos de Educação Matemática no Brasil;
- Identificar os desafios colocados aos educadores matemáticos e psicólogos para as próximas décadas do século XXI, a partir de uma análise retrospectiva da Psicologia e da Educação Matemática.

Colocando os conhecimentos em jogo

Uma epidemia da cultura contemporânea impede que muitas pessoas aprendam qualquer coisa que reconheçam como matemática, embora elas não tenham dificuldades em relação ao conhecimento matemático quando não o percebem como tal. Esse sentimento é tratado por Papert (1985) como “ansiedade matemática” ou “mathofobia”, que interage com outras ‘toxinas culturais’ sobre aprendizagem como, por exemplo, as crenças populares das aptidões que contaminam as imagens que as pessoas têm de si mesmas como aprendizes.

As dificuldades com a Matemática escolar são, muitas vezes, os primeiros passos de um invasivo processo intelectual que nos define como um amontoado de aptidões e inaptidões: “matemáticos” ou “não-matemáticos”, “artísticos” ou “não-artísticos”, “músicos” ou “não-músicos”, “profundos” ou “superficiais”, “inteligentes” ou “idiotas” (PAPERT, 1985, p. 21).

Dessa perspectiva, os estudos dos processos que se articulam na criação matemática envolvem simultaneamente a Psicologia e a Matemática. Assim, é inegável destacar o papel da Psicologia junto aos caminhos assumidos pela Educação Matemática, já que os estudos sobre o desenvolvimento e a cognição despertaram o interesse para as ações entrelaçadas como instrumento de superação das dificuldades de aprendizagem e do ensino.

TÓPICO 1 A Psicologia e a Educação Matemática

Para que possamos compreender melhor as questões centrais da aprendizagem e ensino da matemática, faz-se necessária uma reflexão, ainda que breve, sobre as principais concepções psicológicas que influenciaram, e ainda influenciam, o ensino e a aprendizagem da Matemática: o Behaviorismo e o Construtivismo.



O **Behaviorismo** ou Comportamentalismo – fundamentado em teorias psicológicas que estudam a **adequação do comportamento às situações propostas** – é um modelo no qual o ensinar significa transmitir conhecimento elaborado, acabado, e o aprender é memorizar por meio de repetições realizadas pelo indivíduo, condicionando-o aos estímulos que antecedem as respostas. Assim, a aprendizagem é vista como consequência do ato de ensinar, na qual o indivíduo é induzido a engajar-se às novas formas de comportamento diante de situações específicas.

Muito utilizado pelas escolas ocidentais para o ensino regular através da instrução programada no final dos anos 50 e início dos anos 60, esse modelo é hoje passível de críticas, pois ao mesmo tempo em que permite ao aluno certa interação com o conteúdo, não o estimula a ter autonomia diante de estruturas sequenciais rígidas. Outra crítica que se faz a esse modelo é o fato de não possibilitar uma boa interação aluno-aluno ou professor-aluno. Com a crise do paradigma behaviorista, outras teorias deslocam o centro do processo de aprendizagem do conceito de ensinar para o de aprender, cedendo lugar ao Construtivismo.



Na perspectiva **construtivista**, o sujeito não nasce inteligente, mas também não é passivo ao meio, pois responde aos estímulos, agindo sobre eles para construir o próprio conhecimento de forma cada vez mais elaborada. Desse modo, **o conhecimento é construído pelo sujeito a partir da percepção do mundo e do desenvolvimento mental**. Assim, o conhecimento não é entendido como verdade absoluta, mas como representações e interpretações dela e, portanto, passível de ser remodelado o tempo todo em suas ações e operações conceituais ou como resultado das relações, atividades e percepções do sujeito.

A pedagogia construtivista contemporânea, por consequência, é talvez a síntese mais elaborada do movimento histórico e cultural que assumiu uma concepção e uma atitude transformadoras dos processos escolares, de modo que **ser um educador construtivista**



é fundamentalmente optar pelo papel da ação. Isso significa que o indivíduo vai ativamente ao encontro da experiência para elaborar a informação. Surgido dos métodos ativos que reconhecem a insuficiência da “didática tradicional”, o Construtivismo aspira a uma educação que leve em conta a atividade por parte do educando e foi apresentado à Educação Matemática por aqueles que enfatizavam a Resolução de Problemas. Nessa perspectiva, prevalece a aprendizagem do aluno, o que sugere ao professor propor a situação de aprendizagem a partir de um

problema-desafio, de um jogo ou de uma atividade, em geral criada pelo professor em diálogo com os alunos.

Entende-se que o professor deve permitir que o educando verbalize os significados que estão sendo atribuídos ao novo conhecimento e organize mentalmente o conteúdo matemático concernente ao problema. Assim, a ideia de aprendizagem está aliada a uma proposta de ensino visando primordialmente ao bem-estar para o aluno e ao reconhecimento de que é ele, aluno, o responsável pela construção do seu conhecimento. Entende-se que o aluno é um ser mais livre para governar o próprio raciocínio e para tomar decisões, de modo que o professor de Matemática assuma o papel de orientador das atividades, um regente do progresso intelectual do aluno.

Entretanto, há diferenças entre as principais linhas do pensamento construtivista. Por um lado, a Interacionista – proposta por Jean Piaget – sugere que o indivíduo constrói seus próprios conhecimentos sem levar em conta o contexto sócio-histórico. Por outro, a Sócio-Interacionista – proposta por Vygotsky – está empenhada em explicar como a mente e a inteligência humana se desenvolvem determinadas pelas ações mútuas entre o sujeito e o ambiente cultural.





Na **perspectiva Interacionista Piagetiana**, a aprendizagem acontece por etapas diretamente ligadas ao desenvolvimento mental do estudante, que constrói o próprio conhecimento sem levar em conta o contexto histórico-social. Sugere que o aprendiz compreende e constrói significados para o mundo através da sua percepção. Para os interacionistas, subentende-se que são as estruturas internas e os processos que proporcionam a aquisição de conhecimento pelo indivíduo, e seus estudos têm como ponto inicial a Teoria dos Estágios de Desenvolvimento Cognitivo.

Desse modo, a forma como uma pessoa representa o mundo muda sistematicamente com o desenvolvimento das estruturas internas, classificado em quatro estágios:

- a. **sensório-motor** (0-2 anos) – a criança representa o mundo em termos de ações (chupar, olhar, deixar cair etc.);
- b. **pré-operacional** (2-7 anos) – a criança, neste estágio, lida com imagens concretas e é limitada por problemas de concretude, irreversibilidade, egocentrismo e centralização;
- c. **operações concretas** (7-11 anos) – a criança tem a capacidade recém-adquirida de operar mentalmente, ou de mudar uma situação concreta e de realizar operações lógicas, sem apresentar os problemas do estágio anterior;
- d. **operações formais** (11 anos – adulto) – inicia-se uma progressiva capacidade mais refinada para executar operações mentais, não apenas com objetos concretos, mas também com símbolos. A criança desenvolve a capacidade de pensar em termos de hipóteses e possibilidades, começando a aparecer o raciocínio científico em sua forma sistemática.



Se, para os construtivistas, a aprendizagem ocorre de forma individual, para os **Sócio-Interacionistas Vygotskianos a principal via é a interação entre os indivíduos**. Mostra disso está no conceito de **Zona de Desenvolvimento Proximal-ZDP**, no qual a capacidade de aprendizagem do indivíduo é ampliada quando assistido por outro: um parceiro, um instrutor ou um instrumento que, em última instância, é produto de outros indivíduos. **Nessa perspectiva, o conhecimento é construído por intermédio de ferramentas culturais – legado das gerações passadas – e, portanto, parte do patrimônio do grupo social no qual o indivíduo está inserido.**

Tais abordagens ganham espaço nos estudos sobre aprendizagem escolar a partir da década de 80, e deslocam o papel do professor no sentido de favorecer a convivência, estimular a troca de informações e mediar a construção compartilhada do conhecimento.

O quadro a seguir sintetiza algumas ideias em torno das transformações nas relações aluno-professor, aluno-aluno e aluno-objeto do conhecimento, em função das principais correntes da Psicologia educacional.

	Behaviorista	Construtivista-Interacionista	Construtivista-Sócio-Interacionista
Relação aluno-professor	O aluno é conduzido pelo professor, que determina a velocidade e a forma de construção do conhecimento	O professor deve estimular o aluno a construir seu conhecimento de forma autônoma, a partir de suas descobertas individuais	O professor é um mediador do processo de construção do conhecimento que se dá através de interações sociais
Relação aluno-aluno	Desconsiderada	Pouco explorada	O aluno é parte de um contexto social e deve ter iniciativa para questionar, descobrir e compreender o mundo a partir de interações com os demais
Relação aluno-objeto do conhecimento a ser aprendido	O conhecimento é disponibilizado ao aluno de forma sequencial	O aluno constrói seu conhecimento a partir de suas próprias percepções oriundas das interações com o objeto	O aluno é capaz de interagir com os objetos (amplificadores culturais) e modificá-los, construindo assim seu conhecimento

Fonte: BARROS, S. & CAVALCANTE, P. S. Os recursos computacionais e suas possibilidades de aplicação no ensino segundo as abordagens de ensino-aprendizagem. In: NEVES, André; CUNHA FILHO, Paulo C. (Org.). *Projeto Virtus: educação e interdisciplinaridade no ciberespaço*. Recife: Editora da UFPE; São Paulo: Editora Anhembi Morumbi, 2000, p.33-46.

Trabalhos sobre as relações de ensino e aprendizagem de Matemática calçados na Psicologia foram publicados ao longo do século XX. Contudo, a integração formal da Educação Matemática com a Psicologia ocorreu efetivamente em 1976, com o grupo *Internacional Psychology of Mathematics Education* (PME), durante o III *International Congress on Mathematics Education* (ICME), em Karlsruhe (Alemanha).

No que diz respeito ao Brasil, somente em 1996, durante a 19ª reunião anual do PME, houve a formação de um grupo, cuja proposta era estruturar a Psicologia da Educação Matemática no âmbito da Associação de Pesquisa e Pós-Graduação em Psicologia (ANPPEP). Assim, da necessidade de oferecer suporte teórico para o ensino de matemática, nasce a Psicologia da Educação Matemática como uma área de estudos em nosso país.

TÓPICO 2 Pensamento aritmético, algébrico, geométrico, estatístico/probabilístico

O principal foco da Psicologia da Educação Matemática é buscar compreender as condições, os fatores cognitivos e os afetivos relacionados à aprendizagem da disciplina, deslocando o foco das pesquisas do ensino para a aprendizagem, derivando daí novas concepções e modos de ensino da Matemática associados aos processos afetivos, culturais e sociais que envolvem a complexa trama do universo escolar.

Essa mudança **deslocou o foco dos conteúdos para os processos cognitivos acionados quando os alunos lidam com determinadas relações matemáticas**, representa a concepção central na discussão sobre o ensino e nos leva à necessidade de compreender como o aluno pensa aritmeticamente, algebricamente, geometricamente e estatisticamente. Assim, desenvolveremos aqui uma discussão sobre pensamento aritmético,

pensamento geométrico, pensamento algébrico e pensamento estatístico-probabilístico. Contudo, vale antes explicitar por que nos referimos a “pensamento” em vez de tratar de tais ramos da Matemática em si mesmos.

A menção a “pensamento” aritmético ou algébrico, entre outros – como atualmente se vê no âmbito da Educação Matemática –, traz na essência a ideia de que a preocupação da Educação Matemática e, portanto, do educador matemático, está em reconhecer e acompanhar como o educando lida e enfrenta as relações aritméticas, algébricas, geométricas e estatísticas. Ao dizermos isto, estamos considerando que quem lida, por exemplo, com a Álgebra é o matemático algebrista – é ele quem altera este campo do conhecimento, ou seja, faz Álgebra nova. Assim, ao discutirmos o pensamento matemático, estamos procurando perceber, identificar e encaminhar a construção, pelo aluno, dos significados, dos conceitos e dos procedimentos, ajudando-o a desenvolver modos de matematizar diante de diferentes situações – tanto internas como externas à matemática.

Pensamento Aritmético

No que se refere ao pensamento aritmético, é importante destacar que, de modo geral, associamos o conteúdo matemático das séries iniciais à aritmética – isto porque, talvez, durante muito tempo a tarefa da escola tenha sido o ensino das relações aritméticas, com preponderância quase exclusiva do treino das contas do “vai um” e do “empresta um”, entre outras.



Ao se ampliar a ideia do que deve ser a matemática nas séries iniciais, considera-se, de um lado, que devemos trabalhar com os alunos para além dos números e das operações – a medida, a geometria, a estatística e a probabilidade têm sido também preocupação dos educadores voltados para essa fase do ensino. De outro lado, enfatiza-se o raciocínio do aluno diante de situações-problema e seu desenvolvimento para se comunicar matematicamente, estabelecendo relações entre problemas em diferentes contextos.

Assim, **o desenvolvimento do pensamento aritmético que, de algum modo, fundamenta as demais relações matemáticas é marcado pela noção de número e da compreensão das regras do nosso sistema de numeração – desenvolvendo-se mais e mais para a compreensão das operações e dos campos conceituais.** Ainda no que se refere à ideia de número, é natural reconhecer que as experiências do dia-a-dia da criança envolvem, intuitivamente, o conhecimento das relações numéricas. É com base nessas experiências que as crianças constroem o sentido do número. Cabe à escola ajudá-las a passar tal conhecimento para uma linguagem formal, mormente os símbolos usados em cada representação. O mesmo se passa com as operações aritméticas, de situações social e culturalmente contextualizadas para a aprendizagem dos procedimentos de cálculo ensinados na escola – o “vai um”, o “empresta”, entre outros.

Vale aqui lembrar que a compreensão das regras do sistema de numeração é o alicerce sobre o qual grande parte da aritmética básica é construída, em especial as operações próprias do ensino escolar. Então, o aspecto a ser considerado no que se refere ao pensamento aritmético está associado à atitude do professor em acompanhar o raciocínio do aluno – informal intuitivo nos primeiros momentos e, à medida que se vai ampliando uma noção, cabe à escola ajudar os alunos a atribuir significado para tais relações.

Pensamento Algébrico

Diz-se que o aluno está lidando com álgebra toda vez que usa símbolos diferenciados dos números para realizar procedimentos matemáticos. São exemplos disso aquelas atividades nas quais o aluno é desafiado a descobrir o valor desconhecido do quadradinho, $(5 + \square = 13)$, das letras $(27 - x = 10)$ etc. Esse modo de introduzir as letras nas operações matemáticas, bem como as regras que se estabelecem para efetuar tais operações, constitui-se muitas vezes em um fator preponderante para o insucesso da Matemática escolar. Tal situação está associada, principalmente, ao fato de que as letras, como termos desconhecidos ou como incógnitas, não fazem sentido para o aluno, até então acostumado a fazer contas com números, ou seja, a associar a Matemática aos conhecimentos aritméticos.



Entretanto, para a Educação Matemática, o desenvolvimento do pensamento algébrico está associado ao desenvolvimento da capacidade de abstração desde as séries iniciais. Assim, cabe ao professor ou professora apresentar situações que estimulem os alunos a reconhecer regularidades; a investigar padrões e sequências e a generalizá-los por meio de regras; a simbolizar; a representar situações e a compreender relações funcionais.

Nesse contexto, o ensino deve ser organizado de modo a propiciar ao aluno oportunidades de explorar e investigar situações em contextos reais ou ideais e problematizá-las; de comunicar ideias através de gráficos, tabelas, regras e equações; de interagir e de refletir sobre tais situações.

Pensamento Geométrico

De modo geral, o ensino de geometria pautado nas práticas da Matemática Moderna baseia-se nas representações mentais de conceitos e propriedades, tais como tamanho, forma das figuras planas e projeção das figuras espaciais. Assim, por algum tempo, a Geometria – considerada a “prima pobre” da álgebra linear – foi usada no ensino para ilustrar o caráter axiomático dedutivo da matemática.

As tendências atuais em Educação Matemática rompem com essa concepção de ensino, ao considerar que o pensamento geométrico se desenvolve a partir da realização de ações e da reflexão sobre essas ações antes mesmo do desenvolvimento da linguagem, quando as interações com o meio se baseiam, essencialmente, em experiências espaciais. Desse modo, a manipulação dos objetos torna-se um importante instrumento para o desenvolvimento do raciocínio visual, ou seja, as capacidades de estimar e avaliar formas e distâncias e de se orientar no espaço.

Assim, cabe ao professor reconhecer que o aluno chega à escola repleto de experiências com os espaços e formas



que o cercam, e utilizar tais percepções como ponto de partida para a apropriação da linguagem e dos conceitos, na sistematização e na transformação das percepções em representações mentais de geometria.

Pensamento Estatístico/Probabilístico

As mudanças vivenciadas pela humanidade no final do século XX, com o avanço da tecnologia, deram destaque especial à Estatística. No Brasil, no entanto, os conteúdos estatísticos e probabilísticos foram incluídos na disciplina de Matemática a partir de 1998, com os PCNs (BRASIL, 1998).

Embora os fenômenos estatísticos e probabilísticos estejam presentes intuitivamente nas análises da realidade cotidiana da sociedade, no âmbito da educação escolar esses fenômenos têm sido praticamente ignorados no trato dos conteúdos.



Ao se ampliar a ideia do que deve ser a estatística do ponto de vista escolar, considera-se que a preocupação dos educadores deve estar na ênfase do pensamento estatístico do aluno diante de situações cotidianas.

Assim, **o desenvolvimento do pensamento estatístico/probabilístico envolve o modo de o educando selecionar, classificar, organizar dados e informações, fazer inferências**, em vez da mera transmissão de técnicas para trabalhar com fórmulas e cálculos.



Agora que terminamos a leitura do Tema 2 da apostila, vamos acessar a Aulaweb para revisar e aprofundar nossos conhecimentos.