

OUTRAS COORDENADAS **2**

Gil da Costa Marques

- 2.1** Coordenadas mais gerais
- 2.2** Superfícies e curvas generalizadas
- 2.3** Coordenadas Cartesianas
- 2.4** Coordenadas Cilíndricas
- 2.5** Coordenadas Polares
- 2.6** Coordenadas Esféricas
- 2.7** As Coordenadas Latitude e Longitude
- 2.8** O GPS

2.1 Coordenadas mais gerais

Exceto em casos especiais, como naqueles localizados ao longo de curvas, na grande maioria das vezes, estamos interessados na localização de um objeto que se situa num ponto arbitrário do espaço. Como já vimos antes, o primeiro passo para tal localização é a escolha de um referencial. Uma vez adotado um sistema particular de referência cartesiana, o próximo passo no estudo dos movimentos é fazer uma escolha de coordenadas, que é feita por uma questão de conveniência e é ditada pelas simetrias do problema em questão.

A escolha de um conjunto particular de coordenadas refere-se ao uso de algum Q que nos permita determinar a posição de um ponto do espaço de forma $Q = Q(x, y, z)$. Assim, veremos que esse algoritmo faz uso de superfícies e suas intersecções, ou seja, as coordenadas são definidas a partir da intersecção de três superfícies.

Observe a **Figura 2.1**.

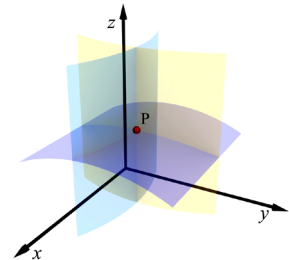


Figura 2.1: O ponto P e suas coordenadas são definidas a partir da intersecção de três superfícies.

Embora isso não pareça óbvio, o fato é que, em três dimensões, todas as coordenadas são definidas tomando-se a intersecção de três superfícies. No espaço tridimensional, quando especificamos o valor de uma coordenada, especificamos superfícies.



A localização de um ponto no espaço, em geral, dá-se mediante a procura de um ponto no espaço que seja o encontro de três superfícies.

Como vimos, determinar a posição de uma partícula, do ponto de vista formal, equivale a especificar suas coordenadas. Isso pode ser feito por meio de algum tipo de algoritmo ou regra que permita associar a um conjunto de variáveis um ponto do espaço. Essa especificação implica associar a cada ponto um – e apenas um – conjunto de tais variáveis.

Seja (Q_1, Q_2, Q_3) um conjunto de variáveis. Essas variáveis são agora consideradas as mais gerais possíveis, e cada uma das coordenadas mais gerais é definida como função das coordenadas cartesianas. Assim, temos:

$$Q_1 = Q_1(x, y, z)$$

$$Q_2 = Q_2(x, y, z)$$

$$Q_3 = Q_3(x, y, z)$$

2.1

Um ponto P do espaço é especificado a partir de valores das coordenadas (Q_1, Q_2, Q_3) . Por exemplo, o ponto P_0 corresponde ao valor das coordenadas:

$$P_0 \Leftrightarrow (Q_{10}, Q_{20}, Q_{30}) \quad 2.2$$

onde Q_{i0} é o valor assumido pela coordenada Q_i no ponto P_0 .

2.2 Superfícies e curvas generalizadas

Os pontos no espaço estão associados a valores fixos das coordenadas (Q_1, Q_2, Q_3) . No entanto, é importante lembrar que a condição para que uma particular coordenada do espaço tenha um valor fixo se escreve como:

$$Q_i(x, y, z) = Q_{i0} = \text{constante} \quad 2.3$$

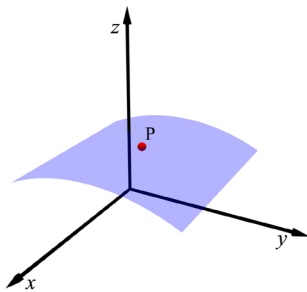


Figura 2.2: Superfície que contém o ponto P .

E, conseqüentemente, essa condição descreve o lugar geométrico dos pontos do espaço pertencentes a uma superfície (veja **Figura 2.2**).

O conjunto de duas condições para valores constantes das coordenadas generalizadas do espaço, quando impostas simultaneamente, descreve a intersecção de duas superfícies:

$$\begin{aligned} Q_1(x, y, z) &= Q_{10} \\ Q_2(x, y, z) &= Q_{20} \end{aligned} \quad 2.4$$

Assim, o lugar geométrico dos pontos do espaço, tais que duas coordenadas generalizadas tenham um valor fixo, descreve uma curva no espaço (veja as **Figuras 2.3a** e **2.3b**).

A intersecção da curva definida com a superfície definida leva a um ponto. Observe a **Figura 2.3c**.

Portanto, a condição de que as três coordenadas tenham um valor bem definido se escreve como mostra a **Figura 2.3**:

$$Q_1(x, y, z) = Q_{10}$$

$$Q_2(x, y, z) = Q_{20}$$

$$Q_3(x, y, z) = Q_{30}$$

2.5

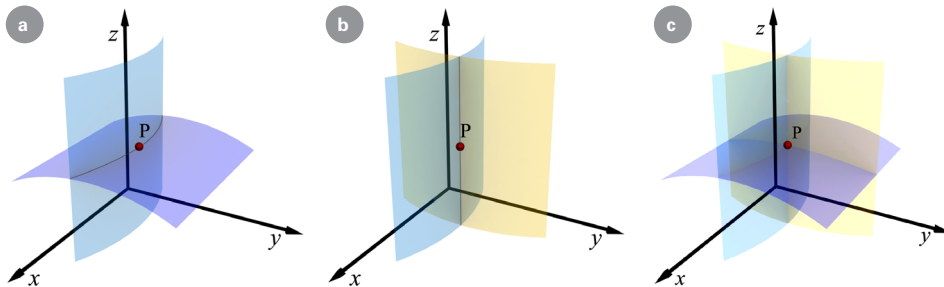


Figura 2.3: A intersecção de três superfícies no espaço determinam um ponto P no espaço como mostra a figura (c).

As três condições definidas levam à busca do lugar geométrico caracterizado como a intersecção de três superfícies. E essa intersecção determina um ponto no espaço.



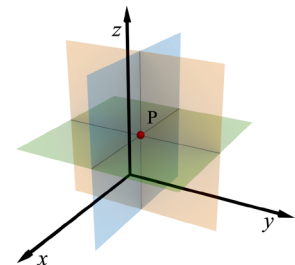
A localização de um ponto no espaço, em coordenadas generalizadas, dá-se mediante a procura de um ponto no espaço que seja o ponto de encontro das superfícies associadas a valores constantes das coordenadas.

2.3 Coordenadas Cartesianas

Quando especificamos que um ponto no espaço tem coordenadas

$$(x_0, y_0, z_0)$$

queremos dizer que esse ponto pode ser encontrado através da intersecção de três superfícies.



2.6

Figura 1.35: As coordenadas cartesianas são definidas a partir de três superfícies planas.

Quando especificamos o valor

$$x = x_0$$

2.7

estamos especificando um plano paralelo ao plano zy e que dista de um valor x_0 desse plano. O valor

$$y = y_0$$

2.8

corresponde a um plano paralelo ao plano xz , que dista dele pelo valor y_0 . A intersecção desse plano, como o plano $x = x_0$, é uma reta.

Finalmente, o plano

$$z = z_0$$

2.9

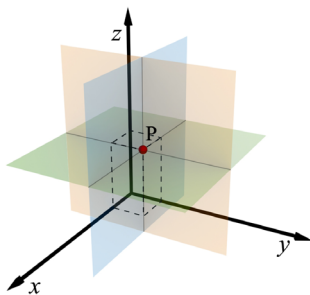


Figura 2.4: A intersecção de três superfícies planas definem um – e apenas um – ponto no espaço.

é paralelo ao plano xy , e localizado a uma distância z_0 desse plano. A intersecção desse plano com a reta aludida acima é um ponto, o qual, dessa forma, fica perfeitamente determinado.

Usualmente, isso é apresentado como linhas interceptando planos. No entanto, o procedimento mais geral é o apresentado acima. Em duas dimensões recorreremos a linhas que são, na verdade, a intersecção de planos com planos.

○○○○

Exemplos

• EXEMPLO 01

A figura ao lado ilustra uma célula unitária de um tipo de rede cristalina. Trata-se de uma estrutura cúbica de face centrada (CFC). Os átomos localizam-se nos vértices e no centro das faces da estrutura cúbica.

Considere o referencial cartesiano apresentado na **Figura 2.5**, e que o lado do cubo tenha 10 unidades de medida.

Determine as coordenadas cartesianas dos pontos A, F, E, 1 e 2.

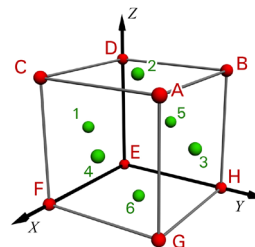


Figura 2.5: Uma célula unitária cúbica de face centrada.

→ RESOLUÇÃO:

- 1° A superfície de um cubo é formada por seis superfícies planas paralelas duas a duas. São elas representadas por: ABDC e EFGH; CDEF e ABHG e ACGF e BDEH. A origem do referencial cartesiano é o ponto comum às superfícies CDEF, DBEH e GHEF. Os eixos cartesianos $0x$, $0y$ e $0z$ correspondem às intersecções dessas superfícies tomadas duas a duas.
- 2° A superfície ABDC cruza perpendicularmente o eixo ordenado $0z$ no ponto D distante da origem (E) 10 unidades de medida; portanto, a coordenada do ponto D é $z = 10$. Mais ainda, todos os pontos desse lado do cubo têm a mesma coordenada $z = 10$.
- 3° Por razões análogas, os pontos da superfície plana GHEF têm coordenada comum $z = 0$ e que pertence ao plano xy do sistema cartesiano tridimensional.
- 4° A superfície DBEH pertence ao plano cartesiano zy . Os seus pontos têm coordenadas $x = 0$ (ou abscissas $x = 0$). E a superfície CDEF pertence ao plano xz ; logo, seus pontos têm coordenadas $y = 0$ (ou ordenada $y = 0$).

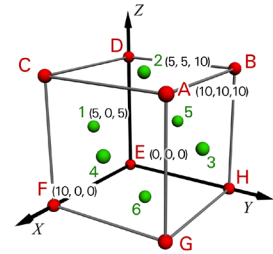


Figura 2.6

A tabela a seguir apresenta os valores das coordenadas dos pontos aludidos.

Notação cartesiana de cada ponto	x	y	z
A(10,10,10)	10	10	10
F(10,0,0)	10	0	0
E(0,0,0)	0	0	0
1(5,0,5)	5	0	5
2(5,5,10)	5	5	10



2.4 Coordenadas Cilíndricas

Na Física é muito comum fazermos uso de outras coordenadas. Todas as coordenadas a serem estudadas agora são funções das coordenadas cartesianas.

A fim de ilustrar isso e esclarecer a questão sobre a intersecção de três superfícies para localizar um ponto no espaço, consideremos o caso das coordenadas cilíndricas.

As coordenadas (ρ, φ, z) cilíndricas são definidas como funções das coordenadas cartesianas a partir das seguintes expressões:

$$\begin{aligned}\rho &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ \varphi &= \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \\ z &= z\end{aligned}\tag{2.10}$$

As relações inversas são:

$$\begin{aligned}x &= \rho \cos \varphi \\ x &= \rho \operatorname{sen} \varphi \\ z &= z\end{aligned}\tag{2.11}$$

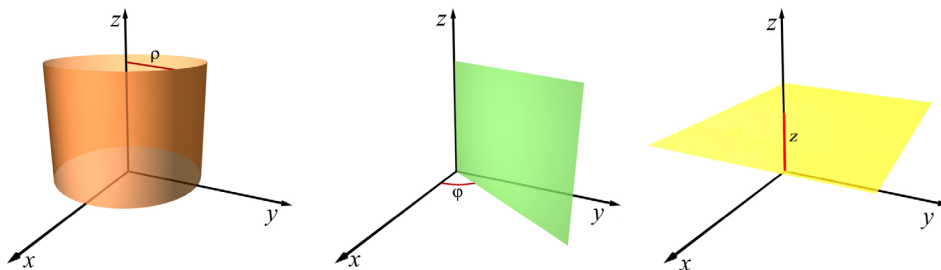


Figura 2.8: Uma superfície cilíndrica e duas superfícies planas definem as coordenadas cilíndricas.

O lugar geométrico dos pontos para os quais essas coordenadas são constantes define três superfícies no espaço. A primeira é uma superfície cilíndrica de raio $\rho = \rho_0$ concêntrica com o eixo $0z$, e a segunda corresponde ao semiplano que contém o eixo $0z$ e faz um ângulo $\varphi = \varphi_0$ com o plano xz . E a terceira é a superfície plana paralela ao plano xy que cruza o eixo $0z$ no ponto $(z = z_0)$.

Para determinar a posição de um ponto no espaço, fazemos agora a intersecção das três superfícies. Observe a Figura 2.9.

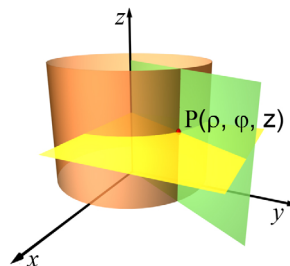


Figura 2.9: A intersecção de duas superfícies planas e uma cilíndrica define um - e apenas um - ponto no espaço.



• EXEMPLO 2

O ponto P da **Figura 2.10** ocupa o vértice de um cubo. Considere o referencial cartesiano com origem num dos vértices (**Figura 2.10**) e com o eixo z ao longo de uma das arestas.

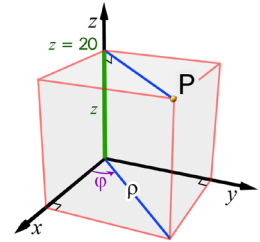


Figura 2.10: A coordenada z do ponto P é $z = 20$ unidades de medida.

- a. Determine as coordenadas cartesianas do ponto P.
- b. Expresse a posição do ponto P em coordenadas cilíndricas.

→ RESOLUÇÃO:

Coordenadas cartesianas do ponto P:

O ponto P tem coordenada $z = 20$ unidades de medida; como os eixos do referencial cartesiano coincidem com três arestas do cubo, conclui-se que a aresta do cubo tem 20 unidades de medida. Portanto, a abscissa de P é $x = 20$ e a ordenada é $y = 20$. Logo, o ponto P é assim expresso: $P(20, 20, 20)$.

Coordenadas cilíndricas do ponto P:

As coordenadas de um ponto P no espaço são definidas pela intersecção de três superfícies. No caso das coordenadas cilíndricas considere:

- Um plano (na **Figura 2.11** representada por π) que passa pelo ponto P e é perpendicular ao eixo $0z$. Esse plano define a coordenada z do ponto.
- Uma superfície cilíndrica de raio $r = \rho$, concêntrica com o eixo $0z$ e que contém o ponto P.
- Um semiplano (na figura, $PP'0Z$) que contém tanto o eixo $0z$ quanto o ponto P e que faz com o plano xz um ângulo ϕ .

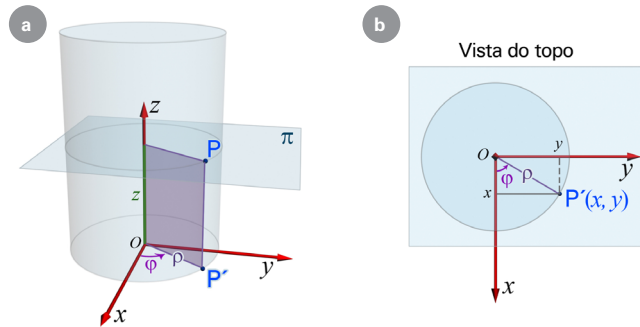


Figura 2.11: a) Plano, semiplano e cilindro das coordenadas do ponto P. b) Vista do topo.

A **Figura 2.11** mostra esses planos.

Assim, o ponto P é representado univocamente por ρ (raio da superfície cilíndrica); por ϕ (ângulo que o plano $PP'0Z$, que contém P e o eixo $0z$, faz com o plano xz ou com o eixo $0x$) e pela coordenada z do ponto P. Logo, em coordenadas cilíndricas: $P(\rho, \phi, z)$.

A coordenada $z = 20$ unidades de medida, como já foi identificado no quesito **a**. Resta determinar os valores de ρ e de ϕ .

Observe que, no círculo (vista do topo) definido no plano xy , as coordenadas x e y do ponto P

(projeção de P no plano xy) são as mesmas de P (**Figura 2.11b**).

Por meio de relações métricas do triângulo retângulo pontilhado, ρ (hipotenusa), x e y (catetos) e φ (ângulo oposto à ordenada y) podem ser relacionados. Assim, valem as relações:

Teorema de Pitágoras: $\rho^2 = x^2 + y^2$

Relações trigonométricas:

1. $\text{sen}\varphi = y/\rho$ ($y = \rho \text{sen}\varphi$)

2. $\text{cos}\varphi = x/\rho$ ($x = \rho \text{cos}\varphi$)

Do quesito **a** sabemos que: $x = y = 20$ unidades. Portanto:

$$\rho^2 = (20)^2 + (20)^2 \rightarrow \rho = 20\sqrt{2} \text{ unidades de medida}$$

$$\tan \varphi = \frac{20}{20} = 1 \rightarrow \varphi = \arctan(1) = 45^\circ \text{ ou } \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

Portanto, em coordenadas cilíndricas, o ponto P é assim representado: $P(20\sqrt{2}, \pi/4, 20)$.

○○○○

2.5 Coordenadas Polares

As coordenadas polares são úteis quando estamos descrevendo fenômenos em qualquer plano. Nesse caso, tomamos o plano xy como aquele em que estamos interessados.

Para indicar um ponto no plano podemos recorrer a muitos conjuntos de coordenadas.

As coordenadas polares (ρ e φ) são definidas, como função de x e y (as coordenadas cartesianas), a partir das expressões:

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\varphi = \arctang\left(\frac{y}{x}\right)$$

2.12

As relações inversas são:

$$x = \rho \text{cos}\varphi$$

$$y = \rho \text{sen}\varphi$$

2.13

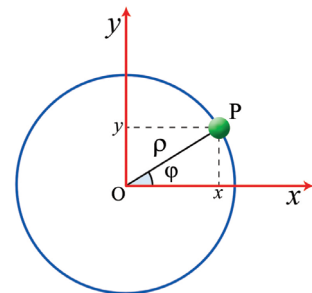


Figura 2.12: O ponto P tem coordenadas cartesianas, x e y , e coordenadas polares, ρ e φ .

Portanto, elas correspondem às coordenadas cilíndricas no plano.

○○○○

• EXEMPLO 3

Considere o ponto P pertencente ao plano cartesiano da **Figura 2.13**. A sua posição pode ser expressa em função de coordenadas cartesianas e, também, em função de coordenadas polares. Em coordenadas cartesianas $x = 40$ m e $y = 70$ m e, portanto, em notação cartesiana, $P(40; 70)$ m. Determine suas coordenadas polares.

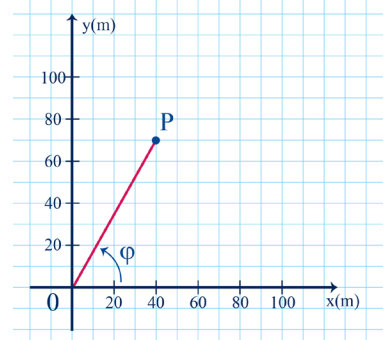


Figura 2.13: Coordenadas polares de um ponto P são definidas pela distância OP e pelo ângulo φ .

→ RESOLUÇÃO:

Para representar a posição de P em coordenadas polares são necessários dois parâmetros:

A distância da origem até o ponto $P = OP = \rho$ que pode ser expressa em função das coordenadas cartesianas de P , ou seja, $\rho = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{40^2 + 70^2} = 10\sqrt{65}$ m.

O ângulo que o eixo polar OP faz com o eixo $0x$, ou seja, $\varphi = \arctan(70/40) = \arctan(1.75) = 60,26^\circ$.

Portanto, em coordenadas polares: $P(10\sqrt{65}$ m; $60,26^\circ$).

○○○○

2.6 Coordenadas Esféricas

Definimos as coordenadas esféricas a partir das expressões:

$$x = r \operatorname{sen} \theta \cos \varphi$$

$$y = r \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \varphi$$

$$z = r \cos \theta$$

2.14

Invertendo as relações acima, obtemos:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}\right)$$

2.15

A superfície

$$r = R \text{ (constante)}$$

2.16

ou de modo equivalente:

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = R$$

2.17

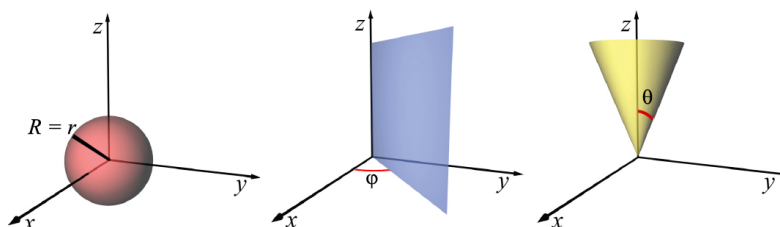


Figura 2.14: Uma superfície esférica, uma plana e uma cônica.

corresponde a uma esfera de raio R .

A superfície descrita por

$$\varphi = \varphi_0$$

2.18

ou de modo equivalente:

$$y = x \tan \varphi_0$$

2.19

descreve um semiplano, enquanto a equação:

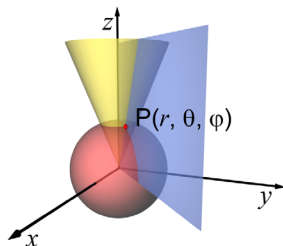


Figura 2.15: A intersecção das três superfícies definidas caracteriza um ponto no espaço.

$$\theta = \theta_0$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = z \tan \theta_0$$

2.20

descreve um cone de ângulo θ_0 .

Quando dizemos que um ponto do espaço tem coordenadas $(r_0, \theta_0, \varphi_0)$, estamos nos referindo ao ponto que é a intersecção das três superfícies referidas acima.



• EXEMPLO 4

Adotando-se um sistema de eixos, cuja origem coincida com o centro da Terra e de tal forma que o plano xz coincida com um plano que forma um ângulo de 30° com o plano associado ao meridiano de Greenwich (veja figura), determine nesse referencial a posição da cidade de Greenwich, em coordenadas polares e cartesianas, lembrando que sua latitude (ângulo acima do equador) é de aproximadamente 50° .

→ RESOLUÇÃO:

O ponto G representa a cidade de Greenwich. Esse ponto é comum a três superfícies:

1. a superfície esférica de raio R (R é a distância de G até a origem);
2. o semiplano que contém o eixo $0z$, ou seja, o meridiano que passa por G (φ é ângulo entre este plano e o plano cartesiano xz);
3. a superfície cônica de eixo concêntrico com o eixo $0z$ e com vértice na origem 0 (θ é a abertura do cone com relação ao eixo central).

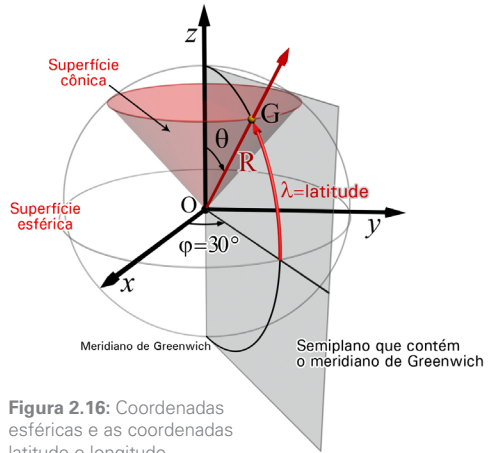


Figura 2.16: Coordenadas esféricas e as coordenadas latitude e longitude.

Os valores de R , φ e θ representam as coordenadas esféricas do ponto G (no caso, a cidade de Greenwich).

Considerando-se a Terra com um raio de aproximadamente 6.400 km, e lembrando que a latitude da cidade de Greenwich $\lambda = 50^\circ$, a abertura θ da superfície cônica será $\theta = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$. E o ângulo $\varphi = 30^\circ$, informação fornecida no enunciado da questão.

Portanto, a posição de Greenwich, em coordenadas esféricas, nesse referencial adotado é $P(6.400, 40^\circ; 30^\circ)$.

Coordenadas cartesianas de P (Greenwich).

Para converter as coordenadas esféricas em cartesianas, considere o esquema a seguir.

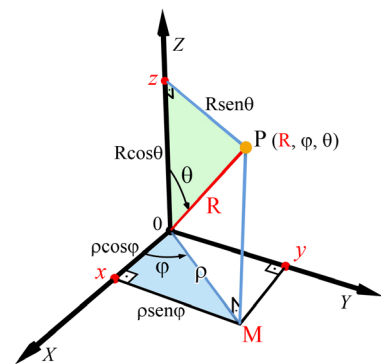


Figura 2.17: Triângulos que permitem visualizar a conversão de coordenadas esféricas em cartesianas.

Primeiramente, vamos considerar o triângulo retângulo OZP , onde R é a hipotenusa e $OZ = z$ e $ZP = \rho$ são os catetos. Nele vale a relação:

- I. $OZ = z = R \cdot \cos\theta$ e
- II. $ZP = \rho = R \cdot \sin\theta$.

No triângulo retângulo OXM , pode-se escrever:

- III. $MX = y = \rho \cdot \sin\varphi$; e
- IV. $OX = x = \rho \cdot \cos\varphi$.

Substituindo **II** em **III** e em **IV** resulta, juntamente, com **I**:

- $y = R \cdot \sin\theta \cdot \sin\varphi$
- $x = R \cdot \sin\theta \cdot \cos\varphi$
- $z = R \cdot \cos\theta$

Substituindo-se os valores, em coordenadas cartesianas esse ponto se escreve como:

$$\begin{aligned}x_G &= 6400 \sin 40 \cos 30 = 3.591 \text{ km} \\y_G &= 6400 \sin 40 \sin 30 = 2.057 \text{ km} \\z_G &= 6400 \cos 40 = 4.903 \text{ km}\end{aligned}$$

Portanto, G (3.591 km, 2.057 km, 4.903 km)



2.7 As Coordenadas Latitude e Longitude

As coordenadas Latitude e Longitude são um bom exemplo de coordenadas generalizadas. Ao especificar que um ponto tem coordenadas que envolvem esses dois ângulos, estamos procurando o lugar geométrico sobre a superfície terrestre que corresponda à intersecção de um cone (a coordenada latitude) e de um semiplano (a coordenada longitude). Observe a **Figura 2.18**.

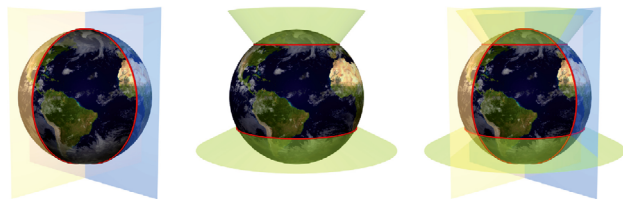


Figura 2.18: Intersecção de planos e superfícies cônicas na superfície da Terra.

Muitas vezes ouvimos falar de pessoas que se perdem em regiões inóspitas. Estar perdido significa que alguém não sabe se localizar a partir de um ponto de referência. Dizemos que as pessoas não conhecem as coordenadas do ponto onde elas estão. Estar perdido, em nosso mundo, significa não saber as coordenadas geográficas: latitude e longitude.

As coordenadas latitude e longitude permitem determinar a posição de qualquer objeto sobre a superfície terrestre. A posição de um navio no oceano, por exemplo, pode ser determinada atribuindo-se a ele a sua latitude e sua longitude. Nesse caso, esses ângulos nos fornecem as coordenadas de um ponto na superfície terrestre.

Assim, especificamos a posição de um objeto em qualquer ponto na superfície terrestre a partir do conhecimento de dois ângulos: ângulo de latitude λ e ângulo de longitude φ .

Para a determinação do ângulo de longitude (φ), adota-se o meridiano de Greenwich como referência. Ele varia, portanto, entre 0 e 180° a leste (L) ou oeste (O) desse meridiano. A determinação do ângulo de latitude (λ) é feita adotando-se a linha do Equador como referência. A latitude varia, portanto, entre 0 e 90° ao sul ou ao norte do Equador.

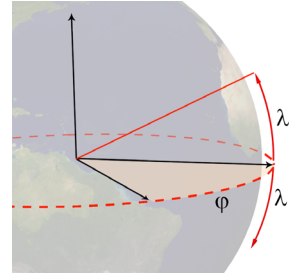


Figura 2.19: Definição da coordenada latitude $\lambda = 1/2 - \theta$.

2.8 O GPS

O uso de satélites artificiais propiciou uma nova ferramenta voltada para a localização dos objetos na superfície terrestre. Hoje podemos localizar a posição de um objeto qualquer na superfície terrestre com grande precisão (menos de um metro).

O sistema mais sofisticado que se propõe a determinar a posição (as coordenadas latitude e longitude) bem como a velocidade de um objeto na superfície terrestre ou próximo dela, com grande precisão, é o GPS (*Global Positioning System*).

O sistema conta com 24 satélites distribuídos em 6 órbitas distintas. Os satélites ficam a uma altura aproximada de 20.000 km e têm um período (duração de uma volta ao redor da Terra) de 12 horas (siderais).

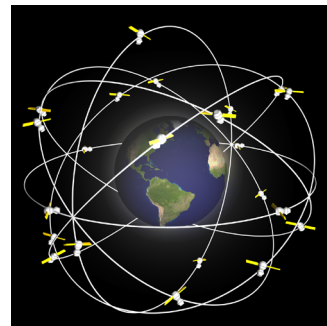


Figura 2.20: O sistema de posicionamento global faz o uso de satélites.



Exemplo 5

Considere o mapa da **Figura 2.21**, no qual apresentamos as coordenadas Longitude e Latitude relevantes para a localização de pontos no território brasileiro.

A latitude e a longitude (sem a altitude) definem um ponto na superfície esférica da Terra. Elas são também denominadas coordenadas geográficas.

O sinal (–) ou (S) na latitude significa “ao sul do equador”; o sinal (–) ou (W) na longitude, significa “a oeste de Greenwich”. Por exemplo, Fortaleza: Latitude: $\lambda = -3^{\circ}46'$ (ou $3^{\circ}46'$ S); Longitude: $\varphi = -38^{\circ}33'$ ($38^{\circ}33'$ W).

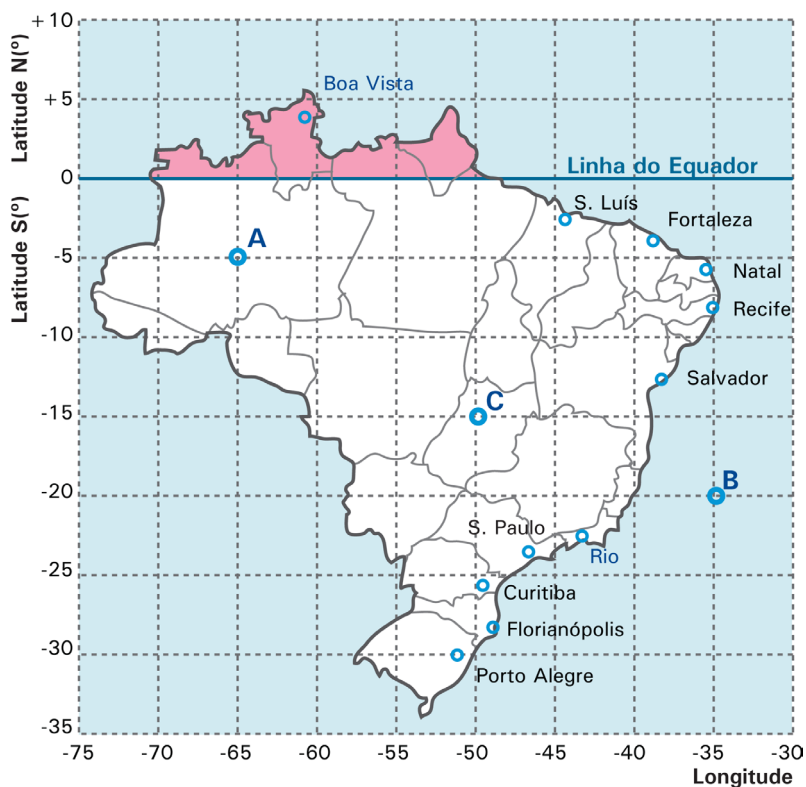


Figura 2.21: Coordenadas de latitude e longitude do território brasileiro.

a. O Brasil está inteiramente na região de latitudes negativas ou sul?

Não. Uma pequena parte do território brasileiro localiza-se entre as latitudes 0 e $+5^{\circ}$, como é possível constatar no mapa.

- b.** Quais são as coordenadas (aproximadas) de Boa Vista (Roraima), São Luís (Maranhão) e Curitiba (Paraná)?

Para as cidades mencionadas temos:

Cidade	Latitude (λ)	Longitude (ϕ)
Boa Vista (Roraima)	+4° (Aprox.)	-62° (Aprox.)
São Luís (Maranhão)	-2,5° (Aprox.)	-44° (Aprox.)
Curitiba (Paraná)	-26° (Aprox.)	-49° (Aprox.)

- c.** Um avião parte de um ponto A (ver **Figura 2.21**) e sua rota prevê que ele voe na direção leste de forma a ter uma variação de 15° na sua longitude e, em seguida, uma variação de 10° na sua latitude em direção ao sul. Quais as coordenadas do ponto X de chegada (não considerar altitudes).

De acordo com os dados, o avião parte de $A(-5^\circ; -65^\circ)$ e chega a $X(\lambda_x; x)$

Determinação da longitude λ_x . O deslocamento do avião, em relação ao ponto A, foi de 15° para leste, ou seja, ele atingiu longitudes cada vez menos negativas. Logo, $\lambda_x = \lambda_A + 15^\circ$. Como $\lambda_A = -65^\circ$, obtém-se $\lambda_x = -65^\circ + 15^\circ = -50^\circ$.

Determinação da latitude x . O avião deslocou-se, em relação ao ponto A, 10° para o sul, ou seja, para latitudes cada vez mais negativas. Logo, $x = A - 10^\circ$. Como $A = -5^\circ \rightarrow x = -5^\circ - 10^\circ = -15^\circ$.

Portanto, o ponto de chegada é $X(-15^\circ; -50^\circ)$ ou $X(15^\circ\text{S}; 50^\circ\text{W})$. No mapa da **Figura 2.21**, o ponto X corresponde ao ponto C.



Agora é sua vez...

Acesse o Ambiente Virtual de Aprendizagem e realize a(s) atividade(s) proposta(s).

Glossário

Algoritmo: “Um algoritmo é um conjunto finito de regras que fornece uma seqüência de operações para resolver um problema específico.” Fonte: <http://equipe.nce.ufjf.br/adriano/c/apostila/algoritmos.htm>

Biunívoca: Relativo à relação entre dois conjuntos em que a cada elemento do primeiro conjunto corresponde apenas um do segundo, e vice-versa.