12 DERIVADAS DAS FUNÇÕES SIMPLES

Gil da Costa Marques

12.1 Introdução

O conceito de derivada de uma função é um dos sustentáculos do Cálculo e o introduzimos no texto anterior. O objetivo agora é o de aprimorar o desenvolvimento do ferramental inerente ao assunto, a fim de poder operar com ele. Assim, neste texto deduziremos alguns resultados relativos ao cálculo de derivadas de funções simples. No estudo das derivadas de funções de uma única variável independente, Augustin Cauchy, em suas **Oeuvres Complètes**, procura distinguir as **funções simples** – que, segundo ele próprio, são consideradas como resultado de uma única operação aplicada à variável independente – das funções que são construídas com o auxílio de várias operações, as quais são chamadas de **funções compostas**. As funções simples que produzem as operações corriqueiras da álgebra e da trigonometria são

$$a+x,\quad a-x,\quad a.x,\quad \frac{a}{x},\quad x^a,\quad A^x,\quad \log_A x,$$
$$\operatorname{sen} x,\quad \cos x,\quad \operatorname{arcsen} x,\quad \arccos x$$

onde a é um número real e A é estritamente positivo e diferente de 1.

Para cada uma das derivadas das funções simples, e suas inversas, apresentamos alguns exemplos resolvidos, aplicando novamente o conceito de derivada que foi introduzido no texto anterior.

12.2 Derivada de $y = ax^n$, $n \in \mathbb{Z}$

12.2.1 Derivada de $y = 1/x$ para $x \neq 0$

No texto anterior, vimos a definição de derivada de uma função num ponto do seu domínio e, a partir dela, encontramos a derivada de

$$f(x) = x^n \qquad 12.1$$

sendo n um número natural. Assim,

$$f'(x) = \frac{df}{dx}(x) = n.x^{n-1} \qquad 12.2$$

De modo mais geral, para a função

$$g(x) = a.x^n \qquad 12.3$$

onde n é um número natural, encontramos

$$g'(x) = \frac{dg}{dx}(x) = n.a.x^{n-1} \qquad 12.4$$

Vamos considerar agora o caso em que o expoente é um número inteiro, começando com o caso em que

$$y = \frac{a}{x} \qquad 12.5$$

onde a é um número real qualquer.

Vamos encontrar a derivada num ponto do domínio, isto é, $x \neq 0$. Temos duas situações a considerar:

i. $x > 0$

Seja Δx tal que $x + \Delta x > 0$.

A relação entre as diferenças, isto é, a taxa de variação média, se escreve agora como:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\dfrac{a}{x+\Delta x} - \dfrac{a}{x}}{\Delta x} \qquad 12.6$$

ou seja,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\left(ax - a\left(x+\Delta x\right)\right)}{x\left(x+\Delta x\right)} \cdot \frac{1}{\Delta x} \qquad 12.7$$

Depois de efetuada a operação de subtração dos termos no numerador, a expressão **12.7** pode ser simplificada. Obtemos então:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-a\Delta x}{x\left(x+\Delta x\right)} \cdot \frac{1}{\Delta x} \qquad 12.8$$

daí resultando a expressão:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-a}{x(x+\Delta x)} \tag{12.9}$$

E, portanto, tomando o limite quando Δx tende a zero, isto é,

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{-a}{x(x+\Delta x)} = -\frac{a}{x^2} \tag{12.10}$$

obtemos a derivada da função na primeira situação.

ii. $x < 0$

Seja agora Δx tal que $x + \Delta x < 0$.

Consideramos novamente a taxa de variação média e, após as simplificações necessárias, obtemos a mesma expressão

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-a}{x(x+\Delta x)} \tag{12.11}$$

onde $x < 0$ e $x + \Delta x < 0$.

Tomando o limite quando Δx tende a zero, isto é,

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{-a}{x(x+\Delta x)} = -\frac{a}{x^2} \tag{12.12}$$

ou seja, a mesma expressão que foi obtida na situação anterior.

Assim, concluímos que a função $y = a/x$ é derivável em todo ponto do domínio e sua derivada é dada por:

$$y' = -\frac{a}{x^2} \tag{12.13}$$

12.2.2 Derivada de $y = ax^n$, para $x \neq 0$, $n = -m$, $m \in \mathbb{N}$, isto é, n é um número inteiro negativo

Sendo $y = ax^n = \dfrac{a}{x^m}$, m natural, tomando o mesmo cuidado com o fato de considerar o caso em que $x > 0$ e Δx é tal que $x + \Delta x > 0$, e depois o caso em que $x < 0$ e Δx é tal que $x + \Delta x < 0$, temos em ambas as situações:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\dfrac{a}{(x+\Delta x)^m} - \dfrac{a}{x^m}}{\Delta x} \tag{12.14}$$

ou seja,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{ax^m - a(x+\Delta x)^m}{x^m (x+\Delta x)^m} \cdot \frac{1}{\Delta x} = a \cdot \frac{x^m - (x+\Delta x)^m}{x^m (x+\Delta x)^m} \cdot \frac{1}{\Delta x} \tag{12.15}$$

Usando o Teorema do binômio de Newton e as simplificações possíveis, obtemos:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = a \cdot \frac{-m \cdot x^{m-1} \cdot \Delta x - [m(m-1)/2]x^{m-2} \cdot (\Delta x)^2 - \cdots - (\Delta x)^m}{x^m (x+\Delta x)^m} \cdot \frac{1}{\Delta x} \tag{12.16}$$

Depois de efetuada a operação de subtração dos termos no numerador, a expressão **12.16** pode ser simplificada. Obtemos então:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = a \cdot \frac{-m \cdot x^{m-1} - [m(m-1)/2]x^{m-2} \cdot (\Delta x) - \cdots - (\Delta x)^{m-1}}{x^m (x+\Delta x)^m} \tag{12.17}$$

Tomando o limite quando Δx tende a zero, isto é,

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{a \cdot m \cdot x^{m-1}}{x^{2m}} = -m \cdot a \cdot x^{-m-1} \tag{12.18}$$

Mostramos assim que se

$$y = ax^n \tag{12.19}$$

com n um número inteiro, a derivada existe em todos os pontos do domínio e

$$y' = n \cdot ax^{n-1} \tag{12.20}$$

Exemplos

- **Exemplo 1**

No caso da função $y = x^5$, utilizando **12.2**, já deduzida no texto anterior, temos $y' = 5x^4$. Sendo $y = \frac{1}{x^5} = x^{-5}$, utilizando a relação encontrada em **12.18**, observamos que a sua derivada é $y' = -5x^{-6} = \frac{-5}{x^6}$.

- **Exemplo 2**

Vamos escrever a equação da reta tangente ao gráfico da função $y = \frac{1}{x^2}$ no ponto cuja abscissa é $x = 2$. Notamos que a reta procurada passa pelo ponto $\left(2, \frac{1}{4}\right)$ e tem coeficiente angular dado pela derivada da função em $x = 2$.

Como, se $y = \frac{1}{x^2}$ então $y' = \frac{-2}{x^3}$, o coeficiente angular da reta tangente procurada é $m = -\frac{1}{4}$ e a equação dessa reta é:

$$y - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}(x-2),$$

ou seja,

$$y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$$

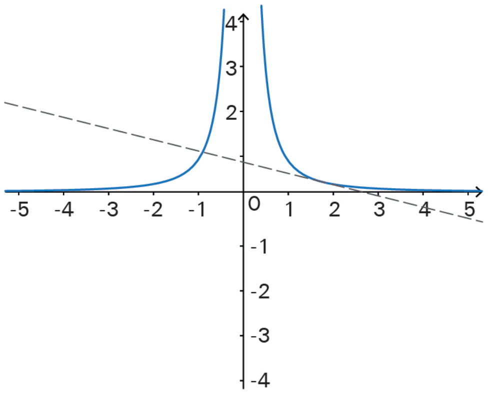

Gráfico 12.1: O gráfico de $y = \frac{1}{x^2}$ e a reta tangente no ponto $\left(2, \frac{1}{4}\right)$.

- Exemplo 3

Sendo $f(x) = |x| = \begin{cases} x & \text{se} \quad x \geq 0 \\ -x & \text{se} \quad x < 0 \end{cases}$

vamos determinar o conjunto de pontos onde f é derivável.

→ Resolução:

Em primeiro lugar, observamos que se trata de uma função cujo domínio é o conjunto dos números reais, que é definida por meio das duas regras acima, dadas na expressão da função. A notação de valor absoluto apenas descreve tal fato de uma forma simples e rápida.

Para encontrar a sua derivada, precisamos analisar separadamente as situações seguintes:

a. $x > 0$ e o acréscimo Δx positivo ou negativo, mas de tal maneira que $x + \Delta x > 0$;

b. $x < 0$ e o acréscimo Δx positivo ou negativo, mas de tal maneira que $x + \Delta x < 0$;

c. $x = 0$ e o acréscimo Δx positivo ou negativo.

Vejamos então cada uma dessas situações:

a. Se $x > 0$ e $x + \Delta x > 0$, temos:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{|x + \Delta x| - |x|}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{x + \Delta x - x}{\Delta x} = 1$$

isto é, para $x > 0$, a derivada da função é 1.

b. Se $x < 0$ e $x + \Delta x < 0$, temos:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{|x + \Delta x| - |x|}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{-(x + \Delta x) - (-x)}{\Delta x} = -1$$

ou seja, para $x < 0$, a derivada da função é -1.

c. Se $x = 0$, temos:

- se $\Delta x > 0$

$$\lim_{\Delta x \to 0_+} \frac{|0 + \Delta x| - |0|}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0_+} \frac{\Delta x}{\Delta x} = 1$$

- se $\Delta x < 0$

$$\lim_{\Delta x \to 0_-} \frac{|0 + \Delta x| - |0|}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0_-} \frac{-\Delta x}{\Delta x} = -1$$

Logo, como os limites laterais são diferentes, não existe $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{|0+\Delta x|-|0|}{\Delta x}$, ou seja, não existe a derivada da função no ponto $x = 0$. Consequentemente, o domínio da função derivada é $\mathbb{R} - \{0\}$.

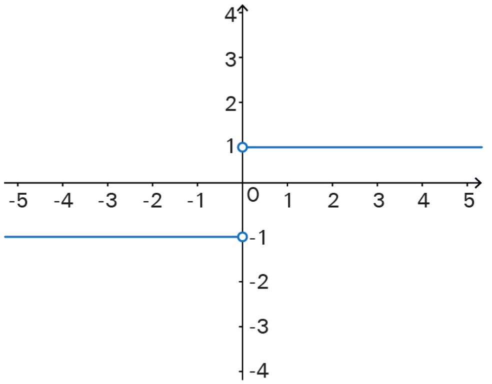

Gráfico 12.2: O gráfico da derivada da função $f(x) = |x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$, isto é, da função $f'(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$.

12.3 Derivadas das funções seno e cosseno

Analisemos agora a derivada da função $y = \operatorname{sen} x$. A taxa de variação média será dada por:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\operatorname{sen}(x+\Delta x) - \operatorname{sen} x}{\Delta x} \tag{12.21}$$

Temos duas formas de efetuar o limite quando $\Delta x \to 0$. Na primeira forma, escrevemos o seno da soma como:

$$\operatorname{sen}(x+\Delta x) = \operatorname{sen} x \cos \Delta x + \operatorname{sen} \Delta x \cos x \tag{12.22}$$

o que nos leva a concluir que a taxa de variação média é dada por:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{sen} x \frac{(\cos \Delta x - 1)}{\Delta x} + \frac{\operatorname{sen} \Delta x}{\Delta x} \cos x \tag{12.23}$$

Considerando agora o limite:

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\left[\operatorname{sen}x\frac{(\cos\Delta x-1)}{\Delta x}+\frac{\operatorname{sen}\Delta x}{\Delta x}\cos x\right] \qquad 12.24$$

a partir do que vimos no texto sobre **Limites**, em **10.35** e **10.36**, respectivamente, temos

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\operatorname{sen}\Delta x}{\Delta x}=1 \qquad 12.25$$

e

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(\cos\Delta x-1)}{\Delta x}=0 \qquad 12.26$$

e, portanto,

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\cos x \qquad 12.27$$

de onde concluímos que

$$\frac{d(\operatorname{sen}x)}{dx}=\cos x \qquad 12.28$$

A segunda alternativa para calcular $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\operatorname{sen}(x+\Delta x)-\operatorname{sen}x}{\Delta x}$ consiste em utilizar o fato de que:

$$\operatorname{sen}(a+b)-\operatorname{sen}(a-b)=2\operatorname{sen}b\cdot\cos a \qquad 12.29$$

e, considerando $a=x+\frac{\Delta x}{2}$ e $b=\frac{\Delta x}{2}$, temos:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{2\cos\left[x+\frac{\Delta x}{2}\right]\operatorname{sen}\left(\frac{\Delta x}{2}\right)}{\Delta x} \qquad 12.30$$

o que nos leva a uma expressão mais simples para a taxa de variação média:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\cos\left[x + \frac{\Delta x}{2}\right]\text{sen}\left(\frac{\Delta x}{2}\right)}{\frac{1}{2}\Delta x} \qquad 12.31$$

Tomando agora o limite quando $\Delta x \to 0$ e levando em conta o limite **10.35**, obtemos o resultado:

$$y' = \cos x \qquad 12.32$$

Consideremos agora o caso da função $y = \cos x$. Neste caso, a taxa de variação média pode ser escrita como:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\cos(x + \Delta x) - \cos x}{\Delta x} \qquad 12.33$$

Agora escrevemos o cosseno da soma utilizando a identidade:

$$\cos(x + \Delta x) = \cos x \cos \Delta x - \text{sen}\,\Delta x\,\text{sen}\,x \qquad 12.34$$

Substituindo tal identidade em **12.33**, obtemos o seguinte resultado para a taxa de variação média:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \cos x \frac{(\cos \Delta x - 1)}{\Delta x} - \frac{\text{sen}\,\Delta x}{\Delta x}\text{sen}\,x \qquad 12.35$$

Considerando-se agora o limite quando $\Delta x \to 0$,

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0}\left(\cos x \frac{(\cos \Delta x - 1)}{\Delta x} - \frac{\text{sen}\,\Delta x}{\Delta x}\text{sen}x\right) \qquad 12.36$$

Novamente, utilizando os limites dados pelas expressões **10.35** e **10.36**, obtemos a derivada da função cosseno:

$$\frac{d(\cos x)}{dx} = -\text{sen}\,x \qquad 12.37$$

Também poderíamos calcular

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cos(x + \Delta x) - \cos x}{\Delta x} \qquad 12.38$$

de outra maneira, que consiste em utilizar a identidade:

$$\cos(a+b) - \cos(a-b) = -2\,\mathrm{sen}\,a.\mathrm{sen}\,b \qquad 12.39$$

Considerando $a = x + \frac{\Delta x}{2}$ e $b = \frac{\Delta x}{2}$, temos:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2\,\mathrm{sen}\left[x + \frac{\Delta x}{2}\right]\mathrm{sen}\left(\frac{\Delta x}{2}\right)}{\Delta x} \qquad 12.40$$

ou seja,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{\mathrm{sen}\frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}}\mathrm{sen}\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right) \qquad 12.41$$

o que, de novo, nos leva ao resultado:

$$y' = -\mathrm{sen}\,x \qquad 12.42$$

• Exemplo 4

A reta tangente ao gráfico de $y = \mathrm{sen}\,x$ na origem é a reta que contém as bissetrizes dos quadrantes ímpares, isto é, a reta $y = x$.

De fato, o gráfico de $y = \mathrm{sen}\,x$ passa pela origem e o coeficiente angular da reta tangente nesse ponto é o valor da derivada $y' = \cos x$ calculada em $x = 0$, isto é, $m = 1$. Logo, a equação da reta procurada é $y = x$.

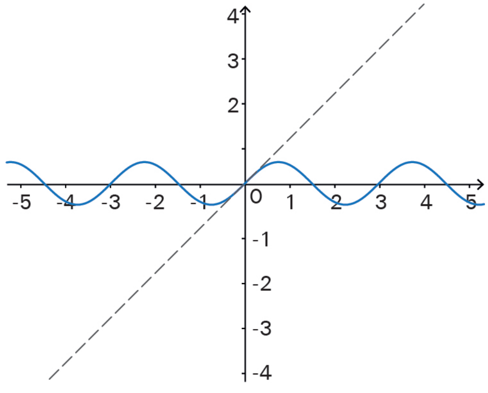

Gráfico 12.3: O gráfico de $y = \mathrm{sen}\,x$ e a reta tangente na origem.

• Exemplo 5

Analogamente, pode-se mostrar que a reta tangente ao gráfico de $y = \cos x$, no ponto $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$, é a reta $y = -x + \frac{\pi}{2}$.

12.4 Derivada da função logarítmica

Inicialmente, consideremos a função

$$y = \ln x \tag{12.43}$$

cujo domínio é o conjunto dos números reais estritamente positivos.

Seja $x > 0$ e Δx tal que $x + \Delta x > 0$.

A taxa de variação média é dada por:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\ln(x + \Delta x) - \ln x}{\Delta x} \tag{12.44}$$

ou seja,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} \ln \frac{(x + \Delta x)}{x} = \frac{1}{\Delta x} \ln\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right) = \ln\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{1}{\Delta x}} \tag{12.45}$$

Observando que

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \ln\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{1}{\Delta x}} = \ln\left[\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{x}{\Delta x}}\right]^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{x} \ln\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{x}{\Delta x}} \tag{12.46}$$

ao tomar o limite quando $\Delta x \to 0$, temos:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \left[\frac{1}{x} \ln\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{x}{\Delta x}}\right] = \frac{1}{x} \ln e \tag{12.47}$$

uma vez que ln é uma função contínua e $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{x}{\Delta x}} = e$.

Como $\ln e = 1$, temos finalmente

$$y' = \frac{1}{x} \qquad 12.48$$

Assim sendo, a função logarítmica de base e, $y = \ln x$, em **12.43**, tem derivada dada por

$$\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x} \qquad 12.49$$

Seja agora

$$y = \log_A x \qquad 12.50$$

onde a base A é estritamente positiva e diferente de 1.

A taxa de variação média é dada por:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\log_A(x+\Delta x) - \log_A x}{\Delta x} \qquad 12.51$$

ou seja,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x}\log_A \frac{x+\Delta x}{x} = \log_A\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{1}{\Delta x}} = \left[\log_A\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{x}{\Delta x}}\right]^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{x}\log_A\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{x}{\Delta x}} \qquad 12.52$$

Agora, com os mesmos argumentos antes utilizados,

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}\left[\frac{1}{x}\log_A\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{x}{\Delta x}}\right] = \frac{1}{x}\log_A e = \frac{1}{x\ln A} \qquad 12.53$$

uma vez que $\log_A e = \dfrac{\ln e}{\ln A} = \dfrac{1}{\ln A}$. Dessa maneira, a função logarítmica de base A, $A > 0$ e $A \neq 1$, dada em **12.50**, $y = \log_A x$, tem como derivada a função

$$y' = \frac{1}{x\ln A} \qquad 12.54$$

12.5 Derivada da função exponencial

Inicialmente, consideremos a função exponencial de base e:

$$y = e^x \tag{12.55}$$

cujo domínio é o conjunto de todos os números reais.

A taxa de variação média é dada por:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{e^{x+\Delta x} - e^x}{\Delta x} = \frac{e^x(e^{\Delta x} - 1)}{\Delta x} \tag{12.56}$$

Agora,

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{e^x(e^{\Delta x} - 1)}{\Delta x} = e^x \tag{12.57}$$

pois $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{e^{\Delta x} - 1}{\Delta x} = 1.$

De fato, colocando $u = e^{\Delta x} - 1$, temos $\Delta x = \ln(u + 1)$ e, quando $\Delta x \to 0$, $u \to 0$.

Então,

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{e^{\Delta x} - 1}{\Delta x} = \lim_{u \to 0} \frac{u}{\ln(u+1)} = \lim_{u \to 0} \frac{1}{\frac{1}{u}\ln(u+1)} = \lim_{u \to 0} \frac{1}{\ln(u+1)^{1/u}} = \frac{1}{\ln e} = 1 \tag{12.58}$$

Concluímos, portanto, que a derivada da função exponencial de base e, dada em **12.55**, $y = e^x$, é a própria função $y = e^x$, conforme **12.57**.

Consideremos agora a função exponencial de base A,

$$y = A^x \tag{12.59}$$

onde A é estritamente positivo e diferente de 1.

A taxa de variação média é dada por:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{A^{x+\Delta x} - A^x}{\Delta x} = \frac{A^x (A^{\Delta x} - 1)}{\Delta x} \tag{12.60}$$

e

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{A^x (A^{\Delta x} - 1)}{\Delta x} = A^x \ln A \tag{12.61}$$

uma vez que $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{A^{\Delta x} - 1}{\Delta x} = \ln A$.

De fato, de maneira semelhante à que foi efetuada no caso da base e, colocando $u = A^{\Delta x} - 1$, temos $\Delta x = \log_A(u + 1)$ e, quando $\Delta x \to 0$, $u \to 0$.

Então,

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta x \to 0} \frac{A^{\Delta x} - 1}{\Delta x} &= \lim_{u \to 0} \frac{u}{\log_A(u+1)} = \lim_{u \to 0} \frac{1}{\frac{1}{u}\log_A(u+1)} = \lim_{u \to 0} \frac{1}{\log_A(u+1)^{1/u}} \\ &= \frac{1}{\log_A e} = \ln A \end{aligned} \tag{12.62}$$

Assim, a função logarítmica de base A, $A > 0$ e $A \neq 1$, dada em **12.59**, $y = A^x$, tem derivada a função

$$y' = A^x . \ln A \tag{12.63}$$

- Exemplo 6

As retas tangentes aos gráficos de $y = \ln x$ no ponto $(1, 0)$ e de $y = e^x$ no ponto $(0, 1)$ são paralelas.

De fato, sendo $y = \ln x$, temos $y' = 1/x$. Logo, a equação da reta tangente ao gráfico da função no ponto $(1, 0)$ é $y = x - 1$.

Agora, sendo $y = e^x$, temos $y' = e^x$ e a equação da reta tangente ao gráfico em $(0, 1)$ é $y = x + 1$.

O paralelismo das duas retas é evidente pois, nos pontos considerados, elas apresentam o mesmo coeficiente angular.

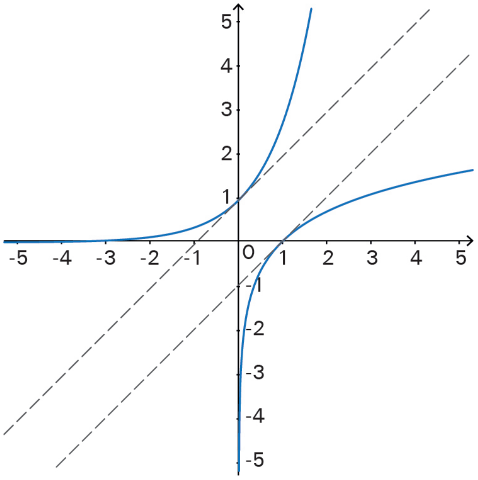

Gráfico 12.4: As retas tangentes aos gráficos de $y = \ln x$ no ponto $(1, 0)$ e de $y = e^x$ no ponto $(0, 1)$ são paralelas.