

# MODELOS PLANETÁRIOS

# 4

Enos Picazzio

- 4.1** Os movimentos aparentes decorrem da visão geocêntrica
- 4.2** Geocentrismo
  - 4.2.1** Aperfeiçoamentos de Ptolomeu
- 4.3** Heliocentrismo
  - 4.3.1** Órbitas circulares (Copérnico)
  - 4.3.2** A importância de Tycho Brahe
- 4.4** As Leis de Kepler
- 4.5** Dinâmica de movimento de Galileu Galilei
- 4.6** Dinâmica do movimento e lei universal da gravitação de Newton
- 4.7** O sistema Terra-Lua
  - 4.7.1** Primeiras estimativas da distância do Sol
  - 4.7.2** Primeira medida do tamanho da Terra
  - 4.7.3** Marés

## 4.1 Os movimentos aparentes decorrem da visão geocêntrica

Durante séculos a concepção humana do cosmos foi discutida à luz da filosofia e dos conhecimentos científicos da época.

Embora as concepções geocêntrica e heliocêntrica do Universo sejam praticamente contemporâneas, a mudança de paradigma só ocorreu no século XVI, com a chamada **Revolução Copernicana**. Nicolau Copérnico defendia o modelo heliocêntrico, em que a Terra girava em torno do Sol. A primeira descrição escrita do seu trabalho ocorreu por volta de 1510, mas seu trabalho mais importante, *De revolutionibus orbium coelestium* (Das revoluções das esferas celestes), foi publicado em 1543, após sua morte.

Seu modelo não apresentava resultados mais precisos das posições dos planetas, porém os cálculos matemáticos eram bem mais simples. Medidas precisas de posições só vieram a ocorrer após Galileu Galilei introduzir o telescópio como instrumento astronômico, no início do século XVII.

Ao propor que a Terra era apenas mais um planeta girando em torno do Sol, Copérnico não mudou apenas o paradigma de localização da Terra, mas levantou a possibilidade de existência de planetas orbitando outras estrelas. Hoje, os exoplanetas são uma realidade.

Hoje sabemos que a discussão de modelos referia-se, basicamente, à estrutura e à dinâmica do sistema solar. O universo, objeto de estudo da Cosmologia, é algo bem maior e bem mais complexo. No entanto é importante lembrar que o Universo aparente é geocêntrico, pois o observador o vê da Terra.

As concepções antigas do Universo, da Antiguidade à Idade Média, serão abordadas à parte. Nesta aula abordaremos as concepções cosmológicas a partir dos trabalhos de Cláudio Ptolomeu.



Figura 4.1: Um dos telescópios construídos por Galileu Galilei / Fonte: JIM & RHODA MORRIS, 2007.

## 4.2 Geocentrismo

A proposta do geocentrismo baseava-se essencialmente em dois princípios: o da excelência dos movimentos circulares (posteriormente contestada pela primeira lei de Kepler) e o da inalterabilidade do cosmos (possibilidade da representação dos movimentos cíclicos por meio de movimentos em forma de círculos idênticos), que Tycho Brahe colocou em discussão ao observar a explosão de uma supernova, em 1572.

### 4.2.1 Aperfeiçoamentos de Ptolomeu

Cláudio Ptolomeu nasceu no Egito, morreu em Alexandria e viveu aproximadamente entre os anos 85 e 165. Segundo os historiadores, esse período foi particularmente rico para o Império Romano do ponto de vista econômico, social, cultural e intelectual. A obra de Ptolomeu abarca vários domínios: Matemática, Geografia, Ótica, Harmonia (música), Astronomia e Astrologia. Astronomia e Astrologia eram, nessa época, termos sinônimos que se referiam ao estudo de um mesmo objeto: os corpos celestes e suas propriedades. Ptolomeu distinguia o método do que chamamos Astronomia como aquele que fornece os aspectos dos movimentos dos corpos celestes e da Terra, enquanto o método do que chamamos Astrologia como o que, através do caráter natural daqueles aspectos, investiga as mudanças que trazem naquilo que cercam. A origem comum provinha do Egito e da Babilônia, mas teve no trabalho de Ptolomeu o ápice de seu desenvolvimento.

*Mathematik Sintaxis* ou *Megale Sintaxis* é uma das suas obras mais divulgadas, especialmente a partir dos séculos VIII e IX, quando é traduzida para o árabe com o título de *Al Madjiristi*, mais conhecida pelo nome latino de *Almagestum*. Nesta obra de 13 volumes, Ptolomeu sistematizou o sistema geocêntrico, compilou os conhecimentos de 500 anos de astronomia grega e desenvolveu teorias próprias. A sua singularidade reside em ter descrito matematicamente os movimentos dos planetas de modo a possibilitar o cálculo preciso dos movimentos observados nos céus. Uma das preocupações de Ptolomeu era o público destituído de conhecimentos matemáticos, por isso, ele publicou versões de sua teoria em linguagem simplificada. Em grande medida, a coerência matemática da teoria tornou as ideias de Ptolomeu a matriz do pensamento astronômico sobre o Universo durante 17 séculos.

O modelo de Universo de Ptolomeu era essencialmente o aristotélico, ou seja, um cosmo finito, constituído de esferas concêntricas, com a Terra imóvel no centro. A atmosfera chegaria até a altura da Lua, definindo o espaço do mundo “sublunar”, constituído por quatro elementos, terra, água, fogo e ar. A partir da esfera da Lua, no mundo “supralunar”, constituído de um “quinto elemento”, o éter, haveria uma série de esferas transparentes (que foram chamadas *orbis*) girando em torno da Terra e levando consigo os planetas Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno (os planetas conhecidos na época), além do Sol. A última das esferas conteria as chamadas “estrelas fixas”, o *primum mobile*, “primeiro motor”. Para além deste, não haveria movimento, nem tempo, nem lugar (espaço), daí a noção de um cosmo finito ou “mundo fechado” (Figura 4.2). Aristóteles usou um conceito filosófico, metafísico (abstrato), o “motor imóvel”, para referir-se à causa que impulsionaria rotação no primeiro motor, o qual transmitiria seu movimento às demais esferas. Os planetas estavam dotados de movimentos próprios que se somavam ao do *primum mobile*. Ptolomeu afirmava que os planetas descreviam órbitas circulares chamadas **epiciclos** em torno de pontos centrais que, por sua vez, orbitavam de forma excêntrica ao redor da Terra, em órbitas chamadas **deferentes** (Figura 4.3). Portanto, os planetas descreviam órbitas perfeitamente circulares, embora as trajetórias aparentes se justificassem pelas excentricidades.

Schema huius præmissæ diuisionis Sphærarum .

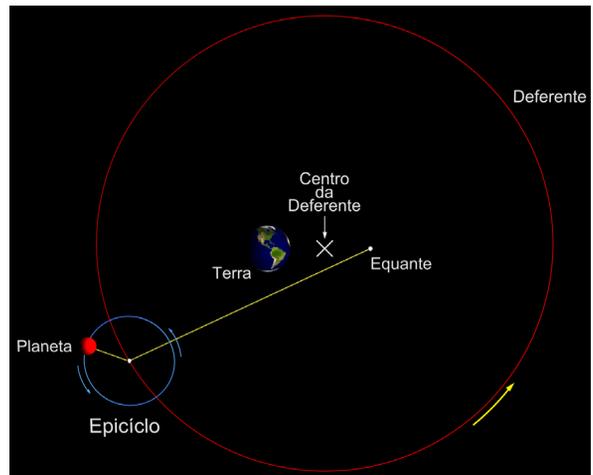
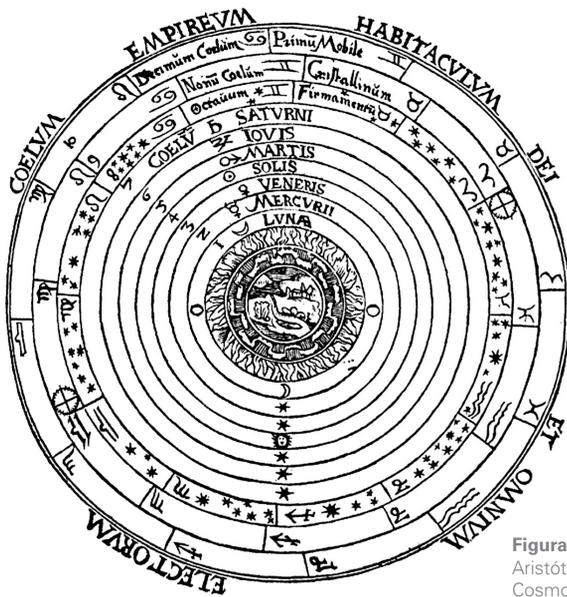


Figura 4.3: O sistema geocêntrico utilizava como artifício deferentes e epiciclos para explicar o movimento retrógrado dos planetas. Este esboço genérico repete-se para cada um dos planetas.

Figura 4.2: Diagrama do Universo, segundo Aristóteles e Ptolomeu. / Fonte: PETER APIAN, Cosmographia (Antwerp, 1539).

## 4.3 Heliocentrismo

### 4.3.1 Órbitas circulares (Copérnico)

Nicolau Copérnico nasceu em 19 de fevereiro de 1473 na cidade de Thorn (hoje Torun), na Polônia. Sob a orientação de seu tio materno – bispo Lukasz Watzenrode – foi educado nas melhores universidades e faleceu na cidade de Frombork, em 1543. Em 1491, ingressou na Universidade de Cracóvia, no curso de Artes, onde também estudou matemática e astronomia. Transferiu-se para a Itália, em 1497, para estudar Direito Canônico na Universidade de Bolonha (embora o seu título de doutor em Direito Canônico tenha sido emitido pela Universidade de Ferrara, em 1503). Em 1500, ministrou aulas e proferiu palestras de Matemática, possivelmente de Astronomia. No ano seguinte, inicia estudos de Medicina em Pádua (mesma universidade onde Galileu ensinou um século depois).

Seu interesse por observações astronômicas ocorreu no período em que estava em Bolonha e logo mostrou grande habilidade para esse tipo de trabalho. Nesse período comprou e leu um resumo do *Almagesto*, de Ptolomeu. Porém, os seus estudos levaram-no a conhecer os trabalhos de pensadores gregos da Antiguidade, entre outros, Aristarco de Samos (310–230 a.C.), que defendia o heliocentrismo. Como veremos adiante, estudando as fases lunares e os eclipses, Aristarco concluiu que o Sol era muito maior que a Terra e, a Lua, que estava bem mais distante que esta, por isso, deveria se encontrar no centro de Universo. A Terra, que girava uma vez por dia sobre seu eixo, completava cada ano uma volta em torno dele<sup>1</sup>. Embora as ideias de Aristarco não tenham sido aceitas em sua época, elas são evidência de que surgiu uma teoria heliocêntrica na Antiguidade, assim como também foram propostas teorias planetárias em que a Terra se move.

<sup>1</sup> Tanto a ideia de que a Terra não é imóvel, apresentando, seja uma rotação axial, seja uma translação ao redor do centro do Universo, onde está o Sol, quanto a própria ideia heliocêntrica foram defendidas por outros autores da Antiguidade. Heráclides de Pontos (387–315/310 a.C.), um contemporâneo de Aristóteles e talvez aluno de Platão, propunha um semi-heliocentrismo, em que Vênus e Mercúrio girariam como satélites em torno do Sol, enquanto este e outros corpos celestes girariam em torno da Terra. A rotação da Terra em torno de seu próprio eixo em 24 horas também aparece nos pitagóricos Philolaus (séc. IV a. C.) e Ephantus de Siracusa (séc. IV a. C.) e Hicetas (?–338 a. C.), também de Siracusa.

O modelo heliocêntrico proposto por Copérnico tem o Sol como centro em torno do qual se movem todos os planetas, incluindo a Terra. Esse modelo segue em diversos aspectos a estrutura do modelo de Ptolomeu, como a crença em esferas (*orbis*) transparentes concêntricas, órbitas circulares e movimentos uniformes. Os antigos deferentes, que Copérnico denominava *orbis*, são circulares e centrados no Sol. Os deferentes heliocêntricos dão melhores resultados que os

deferentes geocêntricos de Ptolomeu. Os epiciclos também presentes no modelo copernicano introduzem correções menores, podendo tornar as previsões de posição dos planetas próximas daquelas previstas através de uma órbita elíptica. Copérnico descartou o equante.

A primeira descrição de sua teoria foi redigida em torno de 1510, o *Commentariolus* (Pequeno comentário) em oito folhas na versão latina e circulou sob forma manuscrita até o final do século XVI. Porém, o trabalho principal seria publicado bem mais tarde, no ano de sua morte, em 1543, sob o título *De revolutionibus orbium coelestium* (Sobre as revoluções das esferas celestes).

Embora as previsões de posição dos planetas forneciam praticamente os mesmos resultados que o modelo de Ptolomeu, os cálculos eram bem mais simples no modelo copernicano. Note-se que a oposição da Igreja Católica ao copernicanismo surgiu apenas quando adeptos do heliocentrismo, como, por exemplo, Giordano Bruno (1548-1600), serviram-se da teoria para criticar a filosofia escolástica da Igreja, isto é, o ensino filosófico próprio da Idade Média ocidental, fundamentado na tradição aristotélica e inseparável da Teologia. A obra de Copérnico serviu de base de estudo para Galileu Galilei, Tycho Brahe, Johannes Kepler e Isaac Newton, que serão expostos a seguir.

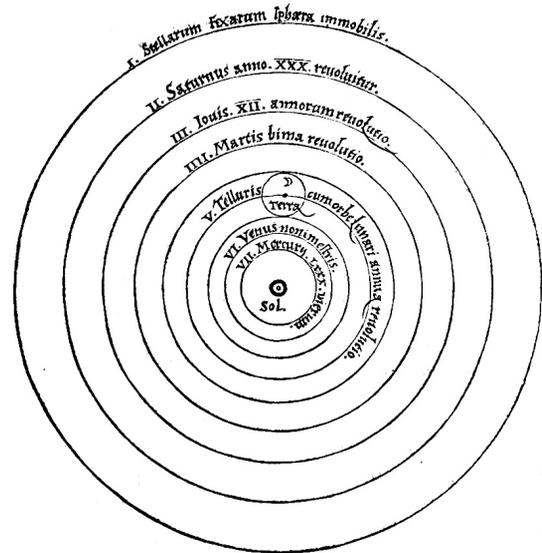


Figura 4.4: Estrutura do Universo segundo Copérnico - *De revolutionibus orbium coelestium*, 1543 / Fonte: Wikimedia Commons, 2005.

### 4.3.2 A importância de Tycho Brahe

Tycho Brahe, dinamarquês de família nobre, viveu entre os anos de 1546 e 1601. Ele estudou nas Universidades de Copenhagen e Leipzig e posteriormente em universidades alemãs. Foi nessa época que surgiu seu interesse pela Astronomia e pelo desenvolvimento de instrumentos astronômicos. Neste aspecto, o seu trabalho foi importante também por ter desenvolvido uma metodologia de calibração e checagem periódica da acuidade desses instrumentos. Ele é considerado o maior astrônomo observador da era pré-telescópica.

Em 1563, a observação de uma conjunção entre Saturno e Júpiter foi considerada mais tarde por Tycho como o momento de definição pela carreira de astrônomo. Em 1572, ele observou uma supernova (morte explosiva de uma estrela de grande massa) na constelação Cassiopeia. Como o modelo aristotélico ptolomaico implicava a imutabilidade celeste, a supernova teria que ser interpretada como um fenômeno que ocorresse na única esfera sujeita a mudanças, a sublunar. Ao tentar determinar a distância da supernova, observada por ele durante cerca de um ano e meio, Brahe notou que ela apresentava paralaxe (diferença na posição aparente de um objeto visto por observadores em locais distintos), o que o levou a concluir que a estrela estava além das esferas dos planetas, na esfera das estrelas fixas. Ele publicou a descoberta em 1573 no livro *De nova et nullius aevi memoria prius visa stella* (Sobre a nova e nunca antes vista estrela), que incluía uma seção sobre as significações astrológicas da estrela e a introdução de um calendário astrológico.

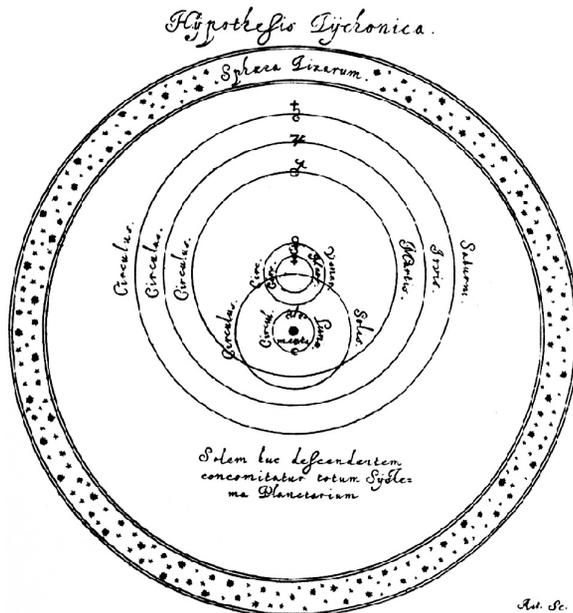
Com o apoio do rei dinamarquês Frederick II, em 1576, Brahe construiu na ilha de Hven – hoje território sueco – o maior observatório de sua época, e o denominou *Uraniborg* (Cidade do céu). Ele o dotou de instrumentação potente e moderna para a época, algumas das quais projetadas por ele próprio, tais como, quadrantes murais, sextantes, esferas armilares, esquadros e gnomos, todas elas com escalas graduadas enormes para permitirem maior precisão nas medidas. Seu observatório tornou-se um centro de visitas dos estudiosos da época, de modo que Tycho Brahe foi responsável pela formação de toda uma geração de astrônomos observadores.

Em 1577, Tycho Brahe mediu a paralaxe de um cometa e determinou sua distância em aproximadamente 230 raios terrestres (3,8 vezes a distância da Lua), assolando com isso a crença de que os cometas tinham natureza atmosférica. Com este caso, somado ao da supernova, Brahe colocou em questão a ideia aristotélica da divisão entre os mundos sublunar e supralunar, crítica essa retomada por Galileu. Além disso, Tycho mostrou que os cometas moviam-se entre as esferas celestes, contribuindo para a sua eliminação do sistema celeste, o que ocorreu entre os anos de 1575 e 1625.

Contudo, apesar de a eliminação da divisão entre os mundos sub e supralunar contribuir para o heliocentrismo de Copérnico, assim como outros astrônomos do período, Tycho refutava o sistema copernicano. Sua posição tinha coerência com suas observações: se a Terra circulava o Sol em uma órbita, como propunha Copérnico, nós deveríamos notar um deslocamento anual (paralaxe) nas posições das estrelas fixas da esfera. Essa paralaxe era imperceptível nas observações, logo a Terra estava no centro. Para resolver o impasse, Brahe propôs um sistema híbrido: os cinco planetas conhecidos orbitavam o Sol (como dizia Copérnico), mas este, juntamente

com a Lua, orbitava a Terra (mantendo a física aristotélica, a única disponível na época). Apesar dos cuidados de Brahe com o uso dos instrumentos, comparando-os uns com os outros e corrigindo erros, ele considerou que a refração (mudança na direção da luz ao passarem pela atmosfera) era desprezível para alturas acima de  $70^\circ$ , o que, sabemos hoje, acarretou enganos. De todo modo, vale ressaltar que a precisão alcançada (de menos de um minuto de arco) só foi superada após a invenção do telescópio.

Devido a desentendimentos com o novo rei, em 1597, Brahe deixou a Dinamarca, levando consigo seus instrumentos e livros. Depois de dois anos de viagem, mudou-se para o castelo de Benatky, nas imediações de Praga, e passou a trabalhar como matemático oficial do imperador Rodolfo II. Em 1600, ele convidou Kepler, que já tinha feito fama de excelente matemático, para ser seu assistente e calcular as órbitas planetárias a partir de suas observações. O maior legado de Brahe foi sem dúvida o conjunto de medidas coletadas ao longo de décadas de observação. A precisão obtida por Brahe era em média 10 vezes maior que a do *Almagesto*. Tycho Brahe faleceu em 1601, tendo seus instrumentos guardados e eventualmente extraviados. Kepler foi empossado no cargo de matemático imperial – sucedendo Brahe na tarefa de calcular e publicar as *Tabulas Rudolfinas*, com a previsão das posições dos planetas – posto que ocupou por 11 anos. Os dados astronômicos levantados por Tycho foram usados por Kepler para deduzir as leis do movimento planetário.



**Figura 4.5:** Diagrama do Universo, segundo Aristóteles e Ptolomeu, da edição de 1539 da *Cosmographia* / Fonte: Peter Apian, *Cosmographia*.

## 4.4 As Leis de Kepler

Kepler nasceu no sul da Alemanha, próximo à cidade de Stuttgart, em 1571 e faleceu em Regensburg no ano 1630, cerca de um mês antes de completar 59 anos. Era uma pessoa fisicamente frágil, de uma família de poucas condições financeiras, que o enviou ao seminário para completar seus estudos. Em 1584, ingressou no seminário protestante de Adelberg e cinco anos depois na Universidade Protestante de Tübingen. Estudava Matemática e Astronomia com Michael Maestlin que lhe ensinou a teoria copernicana, apesar de ser defensor do modelo ptolomaico.

Além de ensinar Astronomia Matemática, Kepler exercia as funções de matemático do distrito de Graz, ao sul da Áustria, para onde se mudou em 1594, contando 22 anos de idade. Ele preparou calendários anuais sucessivos que incluíam previsões astronômicas sobre clima, épocas de plantio e colheita, e astrológicas sobre guerras, epidemias, eventos políticos e outros. Como as previsões se cumpriram, Kepler ganhou reputação no local. Embora tenha se dedicado a redigir horóscopos (há pelo menos 800 horóscopos preservados entre seus manuscritos) e calendários prognósticos (que lhe rendiam uma renda adicional), Kepler escreveu um livro propondo fundamentos mais corretos da astrologia e foi cético em relação aos astrólogos afirmando: “se os astrólogos às vezes contam a verdade, isso deve ser atribuído ao acaso”.

Era um religioso convicto, não acreditava que “os céus pudessem causar danos ao mais forte de dois inimigos, nem ajudar ao mais fraco”, acreditava que o caminho mais próximo de se chegar a Deus era através do estudo da natureza e da compreensão de seus mecanismos. “Queria ter sido teólogo; durante muito tempo sofri com isso. Mas agora vejo como louvou a Deus em meu trabalho como astrônomo”, escreveu ao seu mestre Maestlin<sup>2</sup>, em 1595.

<sup>2</sup> GLEISER, M. A **harmonia do mundo**, São Paulo : Cia. das Letras, 2006.

Kepler encantou-se pela beleza e simplicidade da teoria de Copérnico, pela geometria e pelos sólidos geométricos, propondo uma explicação para o distanciamento dos planetas em seu livro *Mysterium cosmographicum* (O mistério cosmográfico), de 1596. Nada melhor do que suas próprias palavras para indicarem o seu encantamento:

“Veja, leitor, a invenção em toda a substância deste pequeno livro! Como lembrança desse acontecimento, registro para você a frase com as palavras exatas daquele momento em que a concebi: a órbita da Terra é a medida de todas as coisas; circunscreva em torno dela um dodecaedro, e o círculo que o contém será o de Marte; circunscreva em torno (do *orbe*) de Marte um tetraedro,

e o círculo que o contém será o de Júpiter; circunscreva em torno (do *orbe*) de Júpiter um cubo, e o círculo que o contém será o de Saturno. Agora, inscreva dentro (do *orbe*) da Terra um icosaedro, e o círculo que o contém será o de Vênus; inscreva dentro (do *orbe*) de Vênus um octaedro, e o círculo nele contido será o de Mercúrio. Agora você tem a explicação do número de planetas”.

Esse modelo de poliedros, ainda que estranho aos olhos de hoje, foi revolucionário na época. Representou uma argumentação estritamente copernicana, com o Sol como centro do Universo. Kepler rompeu ainda com as explicações medievais, substituindo a “naturalidade” do Universo pela busca dos princípios arquitetônicos da criação – ele queria saber como Deus, o Arquiteto, colocou o Universo em movimento. A força motriz deveria ser fornecida pelo Sol, daí o papel físico associado ao astro que no sistema copernicano inexistia.

Kepler iniciou a análise das observações de Tycho Brahe desde sua primeira visita ao seu observatório no castelo de Benatky, em fevereiro de 1600. O relacionamento entre os dois foi marcado por tensões, de modo que assumindo o posto deixado pela morte repentina de Tycho, Kepler ficou mais à vontade para desenvolver suas próprias ideias. Dedicou-se ao cálculo da órbita de Marte, enquanto escrevia os capítulos do seu livro **Astronomia nova** ou *Commentarius de stella Martis* (**Comentário sobre o planeta Marte**), que só foi publicado em 1609. Muito provavelmente foi no ano de 1605 que ele chegou à sua famosa descoberta, tornada hoje como a primeira lei de Kepler: a órbita de Marte não era circular, mas elíptica. Assim ele expressou sua conclusão:

“Com a concordância entre o raciocínio tirado de princípios da física e a experiência, não sobrou nenhuma outra figura geométrica para a órbita do planeta a não ser uma elipse perfeita.”

Importa notar que isto ocorreu três anos depois de ele ter chegado à regra da área, em 1602<sup>3</sup>, que hoje chamamos **segunda** lei de Kepler:

- **Primeira (lei das órbitas):** Os planetas se movem em órbitas elípticas e o Sol ocupa um dos focos da elipse.
- **Segunda (lei das áreas):** A linha reta que une o planeta ao Sol (raio vetor) varre áreas iguais, em intervalos idênticos de tempo.

<sup>3</sup> Porém a regra da área não foi claramente apresentada no **Astronomia nova**, tendo sido expressa corretamente apenas no livro V do seu *Epitome astronomiae Copernicanae* (**Compêndio da astronomia de Copérnico**) de 1621.

A **Figura 4.6** mostra uma elipse. O segmento AB e CD representam, respectivamente, os eixos **maior** e **menor**. O ponto O é o centro da elipse.  $F_1$  e  $F_2$  são os seus focos. A **excentricidade** mede o “achatamento” da elipse: quanto mais separados estiverem os focos, maior é a excentricidade. O círculo tem excentricidade **zero**, o que equivale a dizer que os pontos  $F_1$ ,  $F_2$  e O são coincidentes. Uma particularidade da elipse é que os comprimentos dos segmentos

$F_1P_1F_2$ ,  $F_1P_2F_2$ ,  $F_1P_3F_2$  etc. são iguais e constantes<sup>4</sup>. As duas primeiras Leis de Kepler estão ilustradas na **Figura 4.6**. As áreas  $S_1$  e  $S_2$  são iguais, assim como os intervalos de tempo entre

<sup>4</sup> Uma receita prática para se desenhar uma elipse: fixe as duas pontas de uma linha (você escolhe o comprimento) nos focos. Com a ponta de um lápis, ou caneta, estique a linha, e faça um movimento em círculo ao redor dos focos. Após uma volta completa, a elipse estará desenhada. Quanto mais se afastar os focos, mais achatada será a elipse.

os pontos  $P_1P_2$  e  $P_3P_4$ .

Em 1617, Kepler retomou um antigo projeto e começou a escrever seu livro *Harmonice mundi* (Harmonia do mundo), publicado em 1619, no qual desenvolve teorias da Geometria, Música, Astrologia e Astronomia. Querendo descobrir por quais princípios

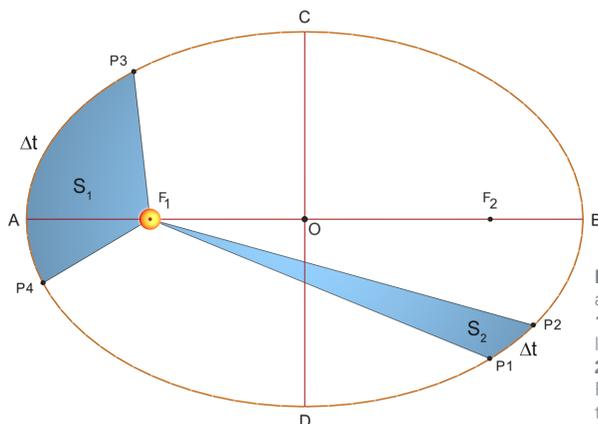
secundários Deus ajustou o modelo arquetípico original baseado nos sólidos regulares, Kepler descobriu uma razão harmônica para as distâncias planetárias e excentricidades orbitais. Sua investigação levou-o ao que hoje chamamos de terceira lei de Kepler:

- **Terceira (lei dos períodos):** A razão entre o quadrado do período orbital e o cubo do semieixo maior – ou distância média – é constante:

$$\frac{P^2}{d^3} = K$$

4.1

com  $P$  em anos,  $d$  em U.A. (unidade astronômica =  $1,496 \times 10^{11}$  m) e  $K$  igual para todos os planetas.



**Figura 4.6:** Aqui estão representadas as duas primeiras Leis de Kepler: **1º)** A órbita é uma elipse, com o Sol localizado em um dos focos ( $F_1$ ). **2º)** O planeta percorre os segmentos  $P_1P_2$ ,  $P_3P_4$  no mesmo intervalo de tempo  $\Delta t$ . (Veja explicação no texto).

Estas três leis empíricas foram fundamentais para Newton desenvolver sua teoria gravitacional. Embora elas tenham sido enunciadas para os planetas do sistema solar, essas leis são genéricas. Apesar de Newton só ter feito menção a Kepler ao reconhecer-lhe a autoria da lei harmônica, seu famoso livro *Philosophia naturalis principia mathematica* (Princípios matemáticos da filosofia natural) foi apresentado à *Royal Society* como sendo a “demonstração matemática da hipótese de Copérnico tal como foi proposta por Kepler”.

Um fato curioso nesta história são algumas coincidências. A primeira é que Kepler simplificou os cálculos admitindo que a órbita da Terra fosse circular. De fato, ela é quase circular. A segunda coincidência é o fato de Kepler ter iniciado seus cálculos com o planeta Marte, segundo consta, por sugestão de Tycho. Dentre as órbitas dos planetas, a de Marte é a mais excêntrica. Opostamente, a órbita de Vênus é a de menor excentricidade.

Com o surgimento do telescópio a precisão das observações aumentou e a universalidade das leis de Kepler passou a ser comprovada.

## 4.5 Dinâmica de movimento de Galileu Galilei

Galileu Galilei (1564–1642) nasceu em Pisa, mas ainda jovem se transferiu para Florença. Diferente de Kepler, estudou o movimento dos corpos na superfície da Terra, procurando estabelecer uma nova física para seus movimentos. Adepto ao sistema heliocêntrico, não tardou a provocar controvérsias ao se opor aos princípios aristotélicos que admitiam formas perfeitas para os corpos celestes.

Oficialmente, Galileu foi o primeiro a utilizar o telescópio como instrumento de pesquisa. Isto ocorreu em 1609. Observando a Lua, Galileu pode constatar que se tratava de um corpo celeste com superfície rugosa e não esférica, como previa Aristóteles. As observações dos acidentes e montanhas lunares levaram-no a desenvolver um método para a determinação da altura das montanhas lunares, baseado nos comprimentos de suas sombras. Ele também foi o primeiro a identificar manchas no disco solar e observá-las regularmente – e perdeu parte da visão por conta disso – e descrever que a Via Láctea era na realidade formada por uma infinidade de estrelas. Porém, a descoberta mais contundente deve ter sido os quatro maiores satélites de Júpiter – Io, Europa, Ganimedes e Calisto, hoje referidos como “satélites galileanos”. Observações continuadas possibilitaram que ele viesse a conhecer os períodos orbitais desses corpos ao redor de Júpiter levando-o a concluir que, ao contrário do que imaginava, elas giravam ao redor de Júpiter, e não do Sol (“centro do Universo”).<sup>5</sup> Esse segundo centro de revolução do cosmos contradizia a doutrina aristotélica que previa um único centro para o Universo<sup>5</sup>.

<sup>5</sup> Esta sua descoberta lhe trouxe sérios problemas com a Inquisição, que não aceitava outra proposta que não fosse a antropocêntrica. Por isto, Galileu foi forçado a renegar suas convicções, pelo menos em público, e a viver preso em regime semiaberto.



Figura 4.7: Esboços da Lua feitos por Galileu e publicados em seu livro *Sidereus Nuncius* - O mensageiro das estrelas. / Fonte: *Early Modern at the Beinecke*, 2009.

Não é certo que Galileu tenha sido o primeiro a observar os principais satélites de Júpiter. Em um velho registro chinês relata-se que um astrônomo de nome Kan Te, no século IV a.C., fez muitas observações de Júpiter tendo deixado transparecer que ele havia notado a presença de pequenas estrelas que pareciam estar ligadas ao planeta.

Ainda sobre Galileu, conta-se que ao observar um lustre preso no teto de uma igreja em Pisa, por volta de 1580, constata que o período de oscilação independe de sua amplitude. Questiona a doutrina aristotélica no que diz respeito à queda dos corpos, e mostra que, independente de seu peso, caem juntos. Além disso, utilizando-se de sua luneta, projeta a figura do Sol e mostra o caráter solar das manchas, contrariando o jesuíta Christoph Scheiner, que pressupunha serem essas manchas pequenos planetas que giravam ao redor do Sol.

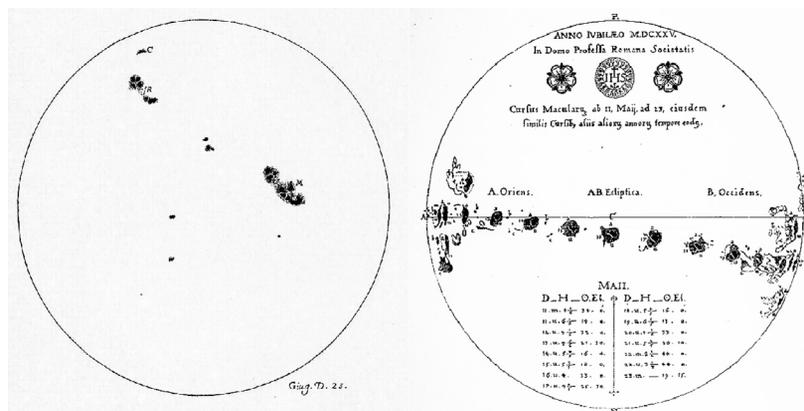


Figura 4.8: Esboços de manchas solares feitos por Galileu Galilei em 1612 (à esquerda) e por Christoph Scheiner em 1611 (à direita) / Fonte: *Historical Sunspot Drawing Resource Page: The Early Observers, 1128 to 1800 AD.*, 2000.

Enquanto a tradição dos filósofos gregos era o raciocínio lógico, os diálogos, as concepções teóricas, Galileu recorreu à observação e à experimentação para estudar o movimento dos corpos em queda livre, utilizando esferas que rolavam sobre um plano inclinado e observando

o movimento dos pêndulos. Com isto, Galileu compreendeu o fenômeno da resistência dos corpos de modificarem seu estado dinâmico, ou seja, a inércia. Ele formalizou este fenômeno como princípio da inércia: **se um corpo se deslocar em linha reta com certa velocidade, ele continuará indefinidamente em movimento na mesma direção e com a mesma velocidade, se nenhuma força agir sobre ele**. Este princípio contrariava frontalmente a ideia de Aristóteles, segundo a qual o corpo terminaria por ficar em repouso. Isaac Newton completou o trabalho de Galileu e abriu verdadeiramente o caminho para a ciência moderna<sup>6</sup>.

Ao descobrir a lei da queda livre dos corpos e o princípio da inércia, Galileu afirmou que do mesmo modo que o repouso não precisa de uma causa para se manter, o estado de movimento retilíneo uniforme também não precisa de causa, e dele o repouso é um caso particular. Verificou que a aceleração da gravidade não depende da natureza do corpo que cai nem de sua massa, e esta descoberta (uma bola de chumbo e uma pena de pavão levam o mesmo tempo para cair no vácuo) foi importante para o chamado princípio da equivalência de Newton, em 1687 e de Einstein, em 1968.<sup>7</sup>

As pesquisas de Galileu sobre o movimento dos corpos contribuíram significativamente para o desenvolvimento da mecânica planetária. Sabia-se que os planetas tinham órbitas elípticas, portanto, órbitas fechadas, mas não se sabia a razão disso.

<sup>6</sup> LOPES, J. L. **O valor da ciência**, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas – CBPF-CS-009/95. Disponível em: [http://cbpfindex.cbpf.br/publication\\_pdfs/CS00995.2010\\_08\\_24\\_12\\_26\\_57.pdf](http://cbpfindex.cbpf.br/publication_pdfs/CS00995.2010_08_24_12_26_57.pdf). Acesso em: 09/2/2001.

<sup>7</sup> O princípio de equivalência de Newton diz que a massa inercial (responsável pela resistência de um corpo à mudança do seu estado dinâmico, relativa à primeira lei de Newton) e a massa gravitacional (responsável pelos efeitos da gravitação, relativa à lei da gravitação) são iguais. O princípio de equivalência de Einstein diz que a aceleração é equivalente à gravitação, ou seja, um observador não consegue distinguir com base em qualquer experiência os efeitos de gravitação e de aceleração no seu referencial.

## 4.6 Dinâmica do movimento e lei universal da gravitação de Newton

Isaac Newton<sup>8</sup> estudou profundamente o movimento dos corpos. Para tanto, ele criou duas ferramentas matemáticas apropriadas: o cálculo diferencial e o cálculo integral<sup>9</sup>. Suas três leis são as seguintes:

- **Primeira lei (da inércia):** Na ausência de influência externa (força), um corpo em repouso permanece em repouso, enquanto um corpo em movimento continua a mover-se com velocidade constante e em linha reta (movimento retilíneo uniforme).

<sup>8</sup> Isaac Newton nasceu na Inglaterra em 1642, ano em que Galileu morreu. Ele viveu até 1727, e é considerado um dos maiores físicos de toda a história.

<sup>9</sup> Gottfried Wilhelm Leibniz, alemão de Hannover, viveu entre 1646 e 1716. Concomitante e independentemente, ele também inventou os cálculos diferencial e integral. As anotações usuais  $df/dt$  e  $\int f dx$  são de Leibniz.

- **Segunda lei:** A força total sobre um corpo é dada pelo produto da sua massa pela aceleração a que está submetido ( $F = m \times a$ ).
- **Terceira lei (da ação e reação):** Para toda força que atua sobre um corpo existe outra de reação, de mesma intensidade, atuando na mesma direção, mas em sentido oposto.

Onde está a essência da mecânica newtoniana relativamente às órbitas planetárias? O grande avanço veio quando Newton interpretou a órbita fechada de um planeta como decorrência de uma força que atuava sobre o planeta, e era dirigida para dentro da órbita, mais precisamente dirigida para o Sol. Isto significa que o planeta está sempre submetido a uma aceleração. A existência de uma força lateral altera a direção do movimento (veja a **Figura 4.9**). Na ausência de força lateral, a trajetória deveria ser uma reta. Quando a força lateral atua, tudo se passa como se o planeta “caísse” da posição  $A'$  para  $A$ ,  $B'$  para  $B$  etc. Assim, ele acaba descrevendo uma órbita fechada.



**Figura 4.9:** Mudança de direção no movimento de um planeta, pela influência de uma força lateral.

Essa força lateral é de origem gravitacional, é a força de atração gravitacional do Sol sobre o planeta. Pela terceira lei de Newton, o planeta também exerce atração gravitacional sobre o Sol. No entanto, como a massa deste é muito maior, a aceleração por ele sofrida é proporcionalmente muito menor.

Esquemáticamente, podemos representar o desenvolvimento da mecânica das órbitas através do diagrama em bloco da **Figura 4.10**. A partir das três leis de Kepler e das três leis de Newton, chega-se à **lei universal da gravitação: a força de atração gravitacional entre dois corpos é diretamente proporcional ao produto de suas massas, e inversamente proporcional ao quadrado da distância que os separa.**

$$F = G \frac{(M \times m)}{d^2} \quad 4.2$$

sendo  $G$  a constante universal de gravitação ( $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{Kg}^2$ ),  $d$  a distância entre os corpos.

Pela teoria da gravitação de Newton, todas as leis de Kepler podem ser deduzidas. Além disso, ela nos demonstra que a constante de proporcionalidade na terceira lei ( $K$ ) não é exatamente a mesma para os planetas, porque não depende apenas da massa do Sol, mas da massa do planeta também. Seu valor correto é:

$$K = \frac{G(M \times m)}{4\pi^2} \quad 4.3$$

Como a massa do planeta  $m$  é sempre muito menor que a do Sol,  $M$ , Kepler não percebeu essa diferença em seus cálculos.

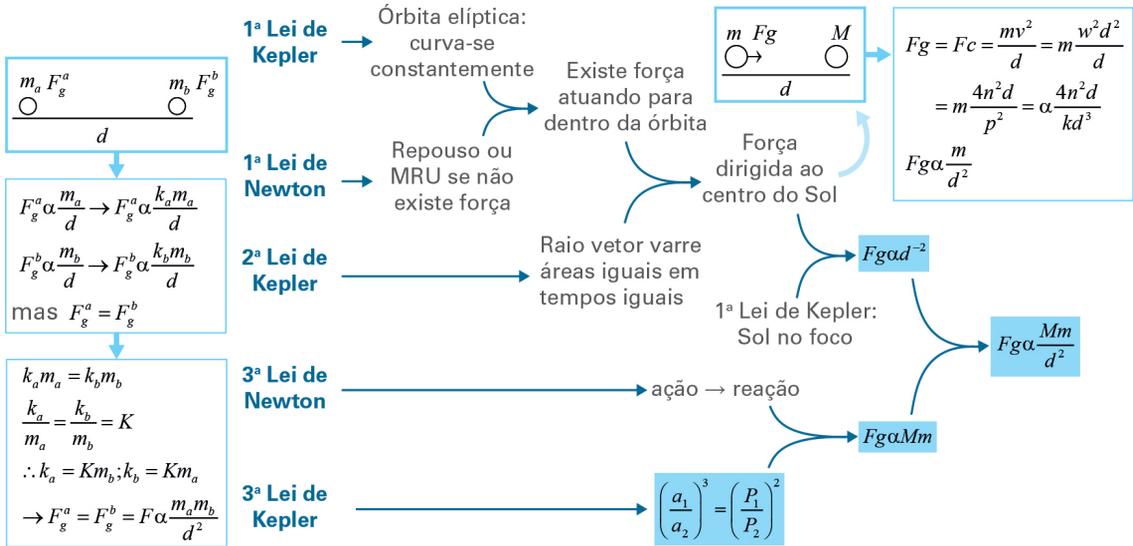


Figura 4.10: Lei da Gravitação: diagrama em bloco do desenvolvimento da mecânica das órbitas (Veja explicação no texto).

## 4.7 O sistema Terra-Lua

Por que parte do hemisfério norte não é visível aos observadores do Hemisfério Sul, e vice-versa, e a Lua é visível a todos? Por que vemos sempre a mesma face lunar? Por que acontecem os eclipses e as marés? Estas são provavelmente as perguntas mais comuns sobre nosso satélite, e vamos aproveitá-las para analisar um pouco o sistema dinâmico formado por esses dois corpos.

### 4.7.1 Primeiras estimativas da distância do Sol

Embora o movimento lunar passasse a ser bem explicado pelo modelo heliocêntrico, a Lua já era apontada como o planeta mais próximo da Terra. Aristarco de Samos (300 a.C.) demonstrava que a Lua estava bem mais próxima da Terra que o Sol, através de um raciocínio simples: o tempo decorrido entre as fases quarto crescente e quarto minguante era praticamente igual ao tempo decorrido entre as fases quarto minguante e quarto crescente. Isto só acontece porque os raios de luz incidentes nas duas fases são praticamente paralelos; se não fosse assim, sempre

haveria uma diferença entre os intervalos de tempo entre as lunações. Logo, o Sol estava bem distante do sistema Terra-Lua.

Aristarco também estimou os tamanhos relativos da Lua e da Terra. Pela duração de um eclipse lunar, ele calculava o tamanho do cone de sombra provocado pela Terra relativamente ao tamanho da Lua. Como o cone de sombra é proporcional ao diâmetro da Terra, ele determinava também o tamanho da Terra.

## 4.7.2 Primeira medida do tamanho da Terra

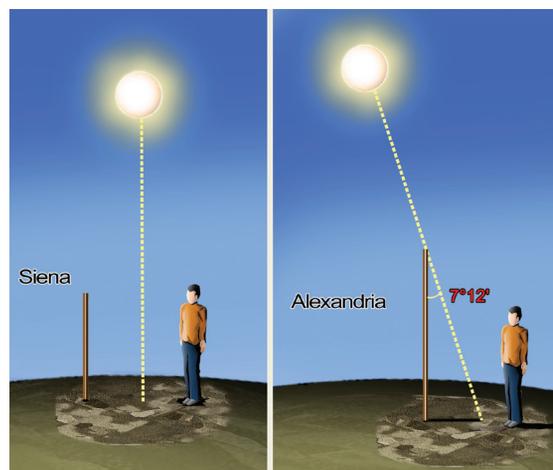
Estas estimativas, no entanto, eram relativas. Foi Eratóstenes de Cirene (276–194 a.C.) quem mediu mais precisamente o diâmetro da Terra. A **Figura 4.11** esquematiza o seu método: ele conhecia a distância entre as cidades de Alexandria (representada pelo ponto A) e Siena (ponto S), atual **Assua**, no Egito. Nas unidades de hoje, essa distância equivale a aproximadamente 800 km. Ao meio dia do solstício de verão (de inverno para o hemisfério sul), o Sol estava a pino em Siena, mas em Alexandria os raios solares estavam inclinados de  $7^\circ$  em relação ao zênite. Utilizando regra de três simples, ele calculou a circunferência da Terra, ou seja: a distância AS está para  $7^\circ$ , assim como a circunferência da Terra está para  $360^\circ$ .

Matematicamente isto se escreve:

$$\frac{AS}{7} = \frac{2\pi R_T}{360}, \text{ ou } \frac{800}{7} = \frac{2\pi R_T}{360}, \text{ ou } R_T = \frac{800 \times 360}{7 \times 2\pi} \text{ km}$$

4.4

A precisão dos seus cálculos está em cerca de 10% relativamente aos valores atuais, sobretudo porque não se sabe a conversão exata entre a *stadia*, unidade de comprimento utilizada na época, e o km. Os valores precisos dos raios são: equatorial = 6.378,140 km, e polar = 6.356,755 km.



**Figura 4.11:** Determinação da circunferência da Terra por Eratóstenes (Vide texto).

### 4.7.3 Marés

A atração gravitacional é uma propriedade da matéria, isto é, um corpo cria ao seu redor uma força atrativa que, em cada ponto, é diretamente proporcional à sua massa e inversamente proporcional ao quadrado da distância do ponto considerado ao corpo. Em um sistema de muitos corpos, caso do sistema solar, todos interagem entre si, uns atraindo os outros.

Vamos considerar corpos extensos como Lua, Terra, Sol etc. Define-se **força gravitacional diferencial** como sendo a diferença entre as forças gravitacionais exercidas sobre porções diferentes de um corpo (por exemplo, a Terra) por um segundo corpo (por exemplo, Lua, Sol etc.). Uma consequência bem conhecida das forças gravitacionais diferenciais são as **forças de maré** sobre a Terra. Elas são provocadas pela Lua e pelo Sol e se devem ao fato de a Terra ser um corpo extenso. Há pontos na Terra que estão mais próximos da Lua e do Sol que outros. A porção da superfície terrestre que está voltada para a Lua está sob força gravitacional maior do que a do lado oposto. O mesmo ocorre para o caso do Sol. Os fundamentos físicos das forças de maré são simples, porém, a análise quantitativa é complexa.

Dentre os objetos do sistema solar, os que exercem maiores influências sobre a Terra são:

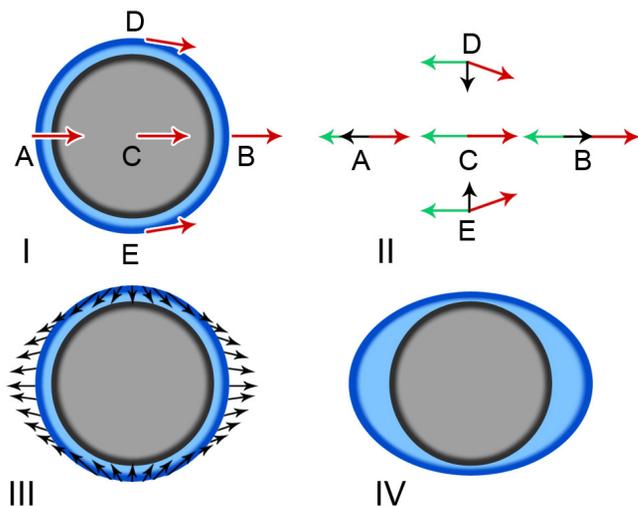
1. Sol, que tem massa muito grande, mas está distante;
2. Lua, que tem massa relativamente pequena, porém, se encontra muito próxima da Terra.

Os efeitos dessas influências são mais visíveis através das **marés oceânicas**.

Considere o esquema da **Figura 4.12**. Os pontos *A*, *B* e *C* encontram-se a distâncias diferentes da Lua, aqui representada pela seta. Por estar mais próximo, o ponto *B* é atraído mais fortemente que *A* e *C*. Pela razão oposta, a força de atração em *A* será a menor. Nos pontos *D* e *E* as forças de atração têm praticamente a mesma intensidade, mas direções ligeiramente diferentes. Para se obter o efeito líquido dessas forças sobre a Terra, é necessário analisá-las em termos relativos, isto é, devemos procurar a **força diferencial** ou **força de maré**. Para tanto, em cada ponto vamos subtrair a força de atração atuante no centro da Terra, isto é, a força em *C*. Vetorialmente, essa operação é feita somando-se a cada ponto uma força vetorial idêntica àquela que atua no ponto *C*, porém, com sentido oposto (veja a parte intermediária do desenho). É fácil perceber que as forças resultantes em cada caso são aquelas mostradas na parte de baixo da figura: ao longo da linha que une a Terra à Lua (pontos *A* e *B*), as forças de maré atuam em direção oposta ao centro da Terra. Na direção perpendicular (pontos *C* e *D*), as forças resultantes atuam na direção do centro da Terra. Por esta razão, as águas oceânicas adquirem o

formato de elipsóide prolato. De acordo com o desenho da **Figura 6.7**, as marés serão **altas** nos pontos *A* e *B*, e **baixas** em *C* e *D*.

Este raciocínio é idêntico quando se analisa o efeito de maré provocado pelo Sol. Quando Sol e Lua estão alinhados com a Terra, isto é, ao longo da linha que passa por *A*, *B* e *C*, os efeitos se somam e a maré resultante é máxima: é a **maré de sizígia**; que acontece durante as fases cheia e nova. Quando Sol e Lua estão em quadratura (Sol ao longo da direção *DCE*, e Lua ao longo da direção *ACB*), as forças de maré do Sol e da Lua se subtraem e a maré resultante é a mais baixa. Ela chama-se **maré de quadratura** e acontece durante as fases de quartos crescente e minguante.



**Figura 4.12:** O efeito de maré: o círculo cinza representa a Terra e o anel azul representa água. **I** – Atuação de forças de atração em cinco pontos. **II** – Subtração de força central nos cinco pontos. **III** – Forças resultantes se fossem considerados mais pontos. **IV** – Deformação resultante das forças diferenciais. Para melhor compreensão, siga a explicação do texto. (Esquema fora de escala).

## Referências Bibliográficas

- APIAN, P. **Cosmographia**. Disponível em: <<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ptolemaicsystem-small.png>>. Acesso em: 28 fev. 2013.
- EARLY MODERN at the Beinecke. **O mensageiro das estrelas**. Disponível em: <<http://beineckearlymodern.library.yale.edu/2009/04/>>. Acesso em: 28 fev. 2013.
- HISTORICAL Sunspot Drawing Resource Page: The Early Observers, 1128 to 1800 AD., 2000. Disponível em: <<http://obs.astro.ucla.edu/resource1.html>>. Acesso em: 28 fev. 2013.
- MORRIS, J. & R. **Celebrating the IYA {International Year of Astronomy by honoring Galileo's wish of having many precise replicas of his telescopes to continue his work}**. Disponível em: <<http://www.scitechantiques.com/Galileotelescope/>>. Acesso em: 28 fev. 2013.
- WIKIMEDIA Commons. **CopernicSystem**. Disponível em: <<http://en.wikipedia.org/wiki/File:CopernicSystem.png>>. Acesso em: 28 fev. 2013.