2 CONCEITOS BÁSICOS DE INFERÊNCIA ESTATÍSTICA

Dirce Maria Trevisan Zanetta

2.1 Introdução
2.2 Inferência estatística
2.3 Indução e dedução
2.4 Distribuição binominal
2.5 Conclusão
Referências

2.1 Introdução

Na aula passada, vimos os conceitos de precisão, exatidão, de erro sistemático e aleatório. Verificamos também que a exatidão, isto é, a ausência do erro sistemático, depende de cuidados na escolha dos instrumentos de medida das variáveis como, por exemplo, a sua calibração adequada e da seleção de amostra representativa da população.

Para entender esses conceitos, foi feita a analogia sobre os efeitos desses dois tipos de erros com os resultados de um atirador tentando acertar o alvo. O problema em ciência está no fato de que, de forma geral, os parâmetros populacionais não são conhecidos e as amostras são estudadas para poder estimá-los. Isso equivale a tentar acertar um centro do alvo que é desconhecido. As observações que fazemos nas amostras nos fornecem dados reais, mas as conclusões a que chegamos referem-se à população de onde retiramos a amostra, isto é, concluímos sobre algo que não observamos na totalidade. É por isso que devemos ter o máximo cuidado no planejamento de um estudo para evitar o erro sistemático.

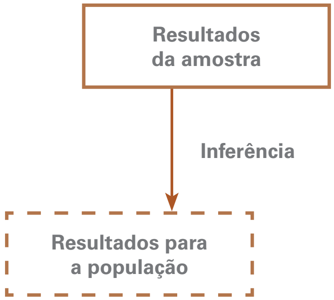
O outro tipo de erro é o erro aleatório. Ele é decorrente das flutuações amostrais e influi na precisão das medidas. Ao contrário do erro sistemático, ele pode ser estimado e controlado por métodos estatísticos.

Nesta aula, vamos aprender **o que é inferência estatística** e **como as distribuições de probabilidades** são utilizadas para a inferência estatística e auxiliam a verificar os erros aleatórios. Vamos também conhecer mais uma distribuição de probabilidades importante – a distribuição binomial.

2.2 Inferência estatística

Inferência significa tirar conclusões a partir de dados. A inferência estatística utiliza o método estatístico em dados amostrais e tira conclusões sobre a população de interesse, descrevendo-a ou testando hipóteses. Em outras palavras:

> A **inferência estatística** é um processo de inferir características de uma população por meio da observação de uma amostra.



Como foi visto no Módulo 4, Aula 4, **Probabilidade Aplicada à Genética e Temas Atuais**, por meio de uma distribuição de probabilidades de uma variável, é possível calcular a probabilidade de ocorrer um determinado resultado dessa variável. Assim, é possível calcular a probabilidade de ocorrer um número 6 quando um dado é jogado uma vez, ou a probabilidade de ocorrer um 6 e um 1 quando jogado duas vezes, por exemplo, pois conhecemos a probabilidade de ocorrer cada um dos 6 números dessa "população", isto é, conhecemos a distribuição de probabilidades de ocorrências dos valores possíveis, que nesse caso é 1/6 para cada um dos valores e a soma de todas as probabilidades é 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 6/6 = 1.

2.3 Indução e dedução

Essa forma de raciocínio, que procede do geral (conhecimento da distribuição de probabilidades da variável) para o específico (predição da probabilidade de um determinado resultado), é chamada **raciocínio dedutivo**.

Indução e Dedução

População conhecida → amostra ?

Dedução → Probabilidade

População ? ← amostra conhecida

Indução → Inferência estatística

Para a inferência estatística, utiliza-se outra forma de raciocínio, chamada **indução**. Enquanto na dedução o raciocínio vai do geral para o particular, na indução, o **raciocínio é feito do particular para o geral**. A inferência estatística, a partir de informação obtida em uma amostra da população, procura inferir os resultados para a população. Veja que o raciocínio indutivo tem por objetivo ampliar o conhecimento se as conclusões feitas para os resultados da amostra estiverem corretas.

> Quando é possível obter informação sobre a população inteira, não há necessidade de fazer inferência. Por exemplo, o censo da população brasileira é feito a cada década e todas as pessoas são contadas pelos recenseadores. É possível verificar que entre os idosos, isto é, aqueles com idade superior a 60 anos, há predomínio de mulheres. A comparação entre a frequência de homens e de mulheres nessa faixa etária é feita diretamente com os resultados obtidos no recenseamento.

Entretanto, como visto anteriormente, em quase todas as situações precisamos utilizar **amostras de populações de estudo** e, a partir dos dados obtidos nessas amostras, tirar conclusões para as populações das quais as amostras foram retiradas. Por exemplo, se quisermos investigar se existe diferença na distribuição dos sexos com o aumento da idade e não temos os dados da população, podemos utilizar uma amostra e verificar a frequência de homens e mulheres em diversas faixas etárias. Com base nos resultados obtidos na amostra, a estatística auxilia na decisão sobre a resposta a essa pergunta: existe ou não diferença na frequência de sexos com o aumento da idade?

Uma das formas de testar a significância de diferenças entre grupos é utilizar o chamado **teste de hipóteses**.

Antes de vermos o que é um teste de hipóteses e como ele deve ser estruturado, é necessário lembrar o que é uma **distribuição de probabilidades**. Existem diversos padrões de distribuição de probabilidades reconhecidos, dependendo do tipo de variável envolvida. Por exemplo, para muitas das variáveis contínuas, como altura ou peso, as medidas dos indivíduos de uma população tem uma distribuição normal. Você já estudou essa distribuição e suas características, a sua forma padronizada, que é a distribuição z, e também a distribuição t, na disciplina **Genética e Bioestatística**. Este é o momento de você reler o assunto no conteúdo já estudado, se não se lembrar dessas distribuições de probabilidades.

As distribuições de probabilidades e suas características têm um papel importante para auxiliar a tomada de decisão por meio da inferência estatística e isso porque qualquer medida feita com amostras, mesmo quando ela é aleatória, vai diferir do verdadeiro valor da população por causa do processo aleatório, que tem associado a ele um erro aleatório. Isso significa que, toda vez que um experimento for realizado, os resultados vão ser diferentes, dependendo dos indivíduos que são selecionados para compor a amostra. Então, ao comparar resultados obtidos em dois grupos, é preciso decidir se **a diferença observada** entre os resultados de cada grupo ocorreu pelo **acaso** ou é **real**.

Por exemplo, ao avaliar se os níveis de colesterol total observados em uma amostra que representa pessoas vegetarianas e outra de carnívoros são iguais ou diferentes, é necessário decidir se a diferença observada nas médias das duas amostras ocorreu apenas pelo acaso, decorrente da variabilidade de medidas nos indivíduos que compõem os dois grupos, ou se essa diferença é real, isto é, se os níveis de colesterol médio são diferentes nas duas populações.

Existem diferentes técnicas estatísticas que permitem calcular qual a probabilidade de as diferenças observadas serem devidas ao acaso. Antes de vermos como isso é feito, vamos primeiro supor um jogo de moedas.

- Exemplo 01

Neste jogo de moedas, o interesse é saber o número de caras obtidos após a moeda ser jogada 100 vezes. É esperado que, ao final do jogo, o resultado seja de aproximadamente 50 caras (e, portanto, de 50 coroas), pois sabemos que a probabilidade de ocorrência de cada um dos lados é de 50%. Entretanto, é possível que o resultado tenha ao final 51 caras (e 49 coroas), ou 48 caras (e 52 coroas), ou ainda 53 (e 47 coroas). Isso acontece porque o acaso pode interferir nesses resultados. Ao obtermos qualquer um desses resultados, não desconfiamos que essa moeda esteja viciada, pois não esperamos obter exatamente 50 caras, mas um valor próximo a esse valor. Entretanto, não sabemos só por intuição a partir de que valor devemos suspeitar de que o resultado diferente de 50 não esteja ocorrendo apenas pelo acaso. Por exemplo, se obtivermos 40 caras no final, isso ainda pode ser só pelo acaso? E se forem 20 caras, ainda aceitamos que essa diferença em relação ao valor esperado (50) seja pelo acaso?

Vamos aproveitar esse exemplo para aprender sobre mais um tipo de distribuição de probabilidades – a **distribuição binomial** –, que é para o tipo de variável em que são possíveis apenas dois valores.

2.4 Distribuição binominal

Os dois valores, nesse exemplo, são cara ou coroa. Uma variável que mede presença e ausência de uma doença também vai ter distribuição binomial, assim como qualquer variável em que são possíveis apenas duas respostas, que comumente são chamadas de "sucesso" (nesse nosso exemplo: "sair cara") e "fracasso" (nesse nosso exemplo: "não sair cara"), ou simplesmente de "sim" e "não".

> A curva de probabilidade binomial é caracterizada por dois parâmetros: a **probabilidade de ocorrer o evento de interesse** e o **tamanho da amostra.**

Por exemplo, a probabilidade de sair cara ao jogar uma moeda é de 0,5 ou de sair o valor 1 ao se jogar um dado é de 1/6 ou 0,17. O tamanho da amostra significa o número de observações que serão realizadas; por exemplo, o número de vezes que a moeda será jogada. Com esses dois parâmetros é possível estabelecer a distribuição binomial de probabilidades para todos os resultados possíveis para o tamanho definido da amostra.

A título de curiosidade, a fórmula utilizada para essa estimativa é:

$$\mathrm{P}\left[X = x\right] = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x} \quad \text{para } x = 0, 1, 2, \ldots, n$$

onde $P[X = x]$ é a probabilidade de ocorrer o valor x, por exemplo, 48 moedas, em 100 vezes que se joga uma moeda; n é o tamanho da amostra (no exemplo do jogo de moedas, 100); $n!$ é o fatorial do tamanho da amostra e $x!$ o fatorial do número de "sucessos" e p é a probabilidade de "sucesso" em cada evento (0,5 de sair cara em cada jogada). Para lembrar, o fatorial de um número natural n (representado por $n!$) é o produto de todos os inteiros positivos menores ou iguais a n. Por exemplo, $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$. Mas esses cálculos são feitos por programas de computador, que calculam as probabilidades de qualquer resultado x se esses dois parâmetros (probabilidade de "sucesso" e tamanho da amostra) foram fornecidos.

Vamos ver outro exemplo.

● Exemplo 02

Suponha uma determinada população em que 30% dos indivíduos são fumantes. A probabilidade de um indivíduo aleatoriamente selecionado ser fumante é $\pi = 0{,}30$. Se uma amostra aleatória de n indivíduos é selecionada, usando a distribuição binomial, é possível verificar qual é a probabilidade de ter x fumantes nessa amostra para qualquer valor de π, n e x.

Nós não vamos nos ater aos detalhes matemáticos (sabemos que os cálculos podem ser feitos por programas estatísticos), mas consideraremos alguns exemplos que nos ajudarão a entender a relação entre esses parâmetros (π e n).Vamos considerar amostras de diferentes tamanhos obtidas dessa população em que 30% é fumante ($\pi = 0{,}30$), com $n = 5$, 20 e 50. O **Gráfico 2.1** mostra, para cada valor de n, a distribuição de probabilidades para o número de fumantes x.

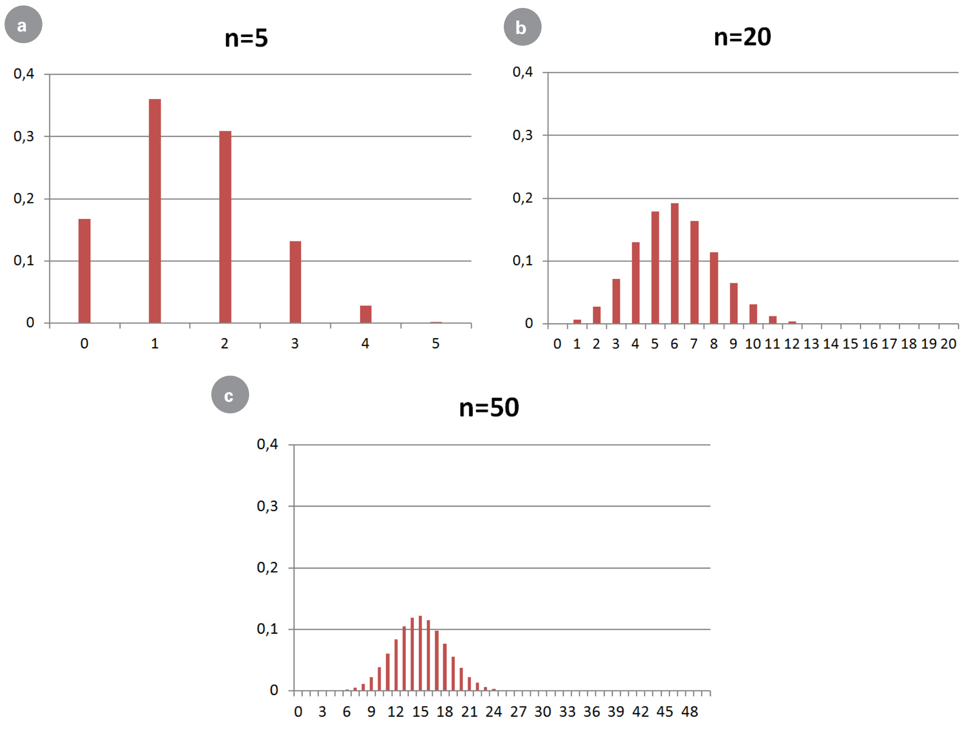


Gráfico 2.1: Distribuição de probabilidades para o número de fumantes x, sendo o valor de $n = 5$ **(a)**,20 **(b)** e 50 **(c)**.

A proporção de fumantes nessa amostra é $p = x/n$ (lembre-se de que a proporção da população é denotada pela letra grega π e da amostra pela letra p), isto é, o número de fumantes encontrado na amostra (x) dividido pelo tamanho da amostra (n).

Somente quando temos muita sorte é que p será igual a π, isto é, a amostra vai estimar o valor verdadeiro sem desvio na estimativa. Em qualquer amostra aleatória haverá alguma **variação amostral de *p***.

Vamos olhar a distribuição de probabilidades para uma amostra com 5 indivíduos (**Gráfico 2.1a**). Seria esperado encontrar nessa amostra 1,5 indivíduo (30% de 5), se isso fosse possível. Podemos observar que as maiores probabilidades de ocorrência são para os valores próximos ao esperado, isto é, 1 ou 2 indivíduos fumantes. Entretanto, existe uma possibilidade de 16,8% de não encontrar nenhum fumante (a coluna de probabilidade apresenta 0 fumante), por exemplo, e nesse caso a estimativa seria a de não haver fumantes nessa população. Embora muito pequena, existe a possibilidade de que todos sejam fumantes nessa amostra de 5 indivíduos. Essa probabilidade é de 0,002, isto é, se forem feitas 1.000 amostras de 5 indivíduos nessa população, em duas dessas 1.000 amostras pode ocorrer que todos os 5 indivíduos sejam fumantes.

> Veja como a proporção estimada pelas amostras pode variar em relação à verdadeira proporção populacional $\pi = 0,30$. Mas veja também que, na grande maioria das vezes, as amostras vão estimar uma proporção próxima à da população (de 30%), uma vez que são maiores as possibilidades de obter um número de fumantes próximo ao número esperado (próximo a 7 na amostra de 20 indivíduos ou de 15 na amostra de 50), e como diminuem bastante à medida que se afastam do valor correspondente, nesse caso, a 30% da amostra.

Voltando ao jogo de moedas, como os dois parâmetros (probabilidade de 50% e n de 100 jogadas) são conhecidos, é possível estimar a probabilidade de resultarem 48 caras em 100 jogadas, ou 40 ou qualquer um dos valores possíveis, que podem ir de zero (em nenhuma das jogadas sair cara) até 100 (em todas as vezes saírem caras). A distribuição de probabilidades de números de caras em 100 jogadas de uma moeda (probabilidade de 0,5) é mostrada no **Gráfico 2.2**. Veja que, na maioria das amostras, o resultado é muito próximo de 50, que é o valor esperado em 100 jogadas. Mas todos os valores no intervalo de 0 a 100 são possíveis e, mesmo sem calcularmos a probabilidade de cada um dos resultados, seria intuitivo esperar que resultados próximos ao valor esperado sejam mais prováveis do que aqueles que se distanciam muito, isto é, embora seja possível apenas pelo acaso obter 35 caras nesse jogo, imaginamos que a probabilidade de ocorrer esse resultado deve ser menor do que um resultado com 48 caras, por exemplo. De fato, a probabilidade de 35 caras em 100 jogadas de uma moeda é de apenas 0,003 ou de 3 vezes em cada 1.000 jogos. Embora esse seja um resultado possível, fica muito difícil aceitá-lo sem desconfiar de que a moeda não esteja bem calibrada.

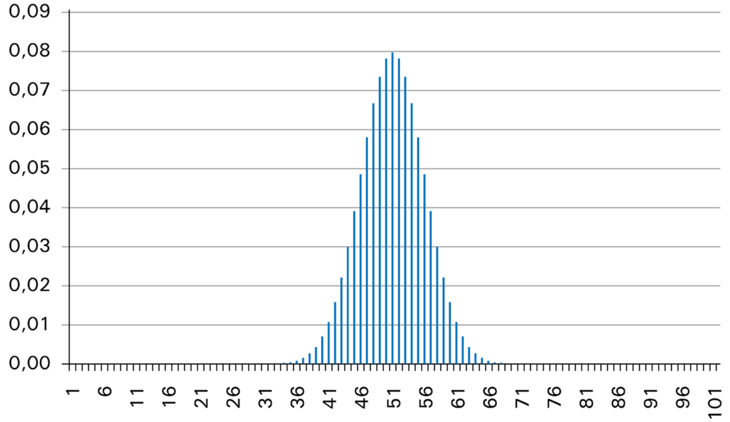


Gráfico 2.2: Distribuição de probabilidades de números de caras em 100 jogadas de uma moeda.

Utilizando as distribuições de probabilidades apropriadas para cada teste específico, a estatística auxilia a tomada de decisão, pois permite calcular a probabilidade de um resultado obtido em uma amostra ter ocorrido apenas pelo acaso. Por exemplo, para comparar o efeito de dois tipos de tratamento quando ocorre um episódio de infarto do miocárdio, uma possibilidade é verificar se existe diferença no tempo de sobrevida dos pacientes tratados com cada um dos dois tratamentos. Para isso, é necessário decidir se a diferença observada entre os dois grupos de pacientes é **devida ao acaso** ou se **existe de fato** uma diferença entre os dois tratamentos. O valor da chance de o resultado ser ao acaso é utilizado para fazer a inferência.

Nós vamos estudar o processo dos testes estatísticos para auxiliar esse tipo de decisão na próxima aula. Uma vez que a tomada de decisão é feita com resultados de uma amostra (uma parte da população) e não a população inteira, é possível ocorrer **dois tipos de erro:**

- Um **erro de tipo I** acontece quando se conclui que os grupos comparados são diferentes, quando na verdade são iguais, e as diferenças observadas são apenas pela variabilidade dos indivíduos que compuseram os dois grupos. Por exemplo, se não aceitássemos como possível um resultado de 35 caras em 100 jogadas da moeda e exigíssemos que a moeda fosse conferida (ou trocada), desconfiando de que estávamos sendo enganados nesse jogo e esse resultado tivesse ocorrido pelo acaso (embora com chance muito pequena de ocorrer, ela existe!), estaríamos cometendo um erro do tipo I. Também cometeríamos um erro tipo I se concluíssemos que um dos tratamentos testados para infarto do miocárdio é melhor que o outro, se as diferenças observadas nos tempos de sobrevida avaliados tivessem ocorrido apenas pelo acaso.

- Já um **erro tipo II** ocorre quando a decisão é por considerar que não há diferença entre os grupos e na verdade ela existe. Por exemplo, se fosse concluído que não existe diferença entre os dois tratamentos realizados para pacientes com infarto e, na verdade, eles forem diferentes. Esses erros podem ocorrer, pois pode-se ter uma amostra que não represente bem a população, levando a uma conclusão que não corresponde à realidade.

A **Tabela 2.1** descreve essas situações:

Tabela 2.1: Tipos de erros em tomadas de decisão estatística por meio de amostra de uma população

Decisão estatística	Natureza (estado verdadeiro e desconhecido)	
	Não há diferença entre grupos comparados	Há diferença entre grupos comparados
Não há diferença entre grupos comparados	Acerto	Erro Tipo II
Há diferença entre grupos comparados	Erro Tipo I	Acerto

2.5 Conclusão

Chegamos ao final desta aula. Nós aprendemos o que é a inferência estatística e como ela utiliza o raciocínio indutivo, pois, a partir de uma amostra, inferem os resultados para a população. As distribuições de probabilidades das variáveis permitem calcular a chance de um resultado poder ser obtido pelo acaso em uma amostra de uma determinada população da qual foi retirada. Estudamos uma distribuição de probabilidades binomial.

Essa probabilidade calculada auxilia a decidir se a amostra representa a população ou não, ou se existe diferença entre grupos ou eles são semelhantes. Qualquer que seja a decisão, existe a possibilidade de ocorrer um erro. Se a decisão é de que dois grupos são diferentes e eles na verdade são iguais e as diferenças observadas ocorreram apenas pelo acaso pela variabilidade amostral, ocorre o erro do tipo I ou α. Ao contrário, se a decisão é de que eles são iguais e na verdade eles são diferentes, ocorre o erro do tipo II ou β. Esses conceitos serão vistos com mais detalhe na próxima aula, quando estudaremos o que é um teste de hipóteses e quais são suas etapas.

Agora é a sua vez...

Acesse o Ambiente Virtual de Aprendizagem e realize a(s) atividade(s) proposta(s).

Referências

Bonita, R.; Beaglehole R.; Kjellström, T. **Epidemiologia Básica**. 2.ed. São Paulo: Santos, 2010.

Dawson-Sanders, B.; Trapp, R.G. **Bioestatística Básica e Clínica**. 3.ed. Rio de Janeiro: Lange-Appleton & Lange/ Mc Graw-Hill, 2001.

Jekel, J. F.; Katz D. L.; Elmore, J. G. **Epidemiologia, Bioestatística e Medicina Preventiva**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2005.

Lopes, A. P. **Probabilidades e Estatística**. Rio de Janeiro: Reichmann & Affonso, 2000.

Magalhães, M. N. **Noções de Probabilidade e Estatística**. 6. ed. São Paulo: Edusp, 2008.

Massad, E. et al. **Métodos Quantitativos em Medicina**. São Paulo: Manole, 2004.

Pagano, M. et al. **Princípios de Bioestatística**. Tradução da 2.ed. norte-americana. São Paulo: Thompson Learning, 2006.

Glossário

Distribuição binomial: distribuição de probabilidades para variáveis em que são possíveis apenas dois valores "sucesso" e "fracasso". É caracterizada por dois parâmetros: a probabilidade de ocorrer o evento de interesse e o tamanho da amostra.

Erro de tipo I: quando se conclui que os grupos comparados são diferentes, quando na verdade são iguais e as diferenças observadas são apenas pela variabilidade dos indivíduos que compuseram os dois grupos.

Erro tipo II: quando a decisão é por considerar que não há diferença entre os grupos e na verdade ela existe.

Inferência estatística: é um processo de inferir características de uma população por meio da observação de uma amostra.

Inferência: tirar conclusões a partir de dados.

Raciocínio dedutivo: que procede do geral para o específico.

Raciocínio indutivo: feito do particular para o geral. A inferência estatística, a partir de informação obtida em uma amostra da população, procura inferir os resultados para a população.